

戦略策定における意思決定理論の応用

福岡工業大学大学院
工学研究科
知能情報システム工学専攻
BD18102 藤井 秀幸

2021/02/28

概要

意思決定は、個人、企業など様々な規模において常に求められている。この意思決定を支援するために、これまで様々な意思決定理論が開発され経営工学の分野において研究の対象となっている。意思決定理論の中には、他の意思決定主体が選択する行動を考慮したとき、自分の視点から最適な行動を提供するゲーム理論や、目的関数の最適化を図ることによって最適な意思決定について提供する最適化理論などが含まれている。

本論文では、2つの事象に対してこれらの意思決定理論を適用し、検討と考察を行う。

1つ目の事象では、情報の拡散過程を抽象化した情報拡散モデルについてゲーム理論を適用する。この情報拡散モデルは、広告戦略などに適用してネットワーク内における情報の拡散を開始するユーザーによる影響度を知ることができるモデルである。本研究では、この情報拡散モデルについてこれまで触れてこられなかった問題点を提起しそれを解決するモデルの拡張を行っている。その後、拡張を行ったモデルを用いて検証を行い、ゲーム理論における解の概念である純粋戦略ナッシュ均衡の存在性について考察する。

2つ目の事象では、実在する自治体についてふるさと納税をより活用できるように運用指針の提案について最適化理論を用いて分析を行っている。ふるさと納税は、税収が減少した自治体に対する税収補助を目的とした制度である。自治体は、地域の情報と返礼品について掲載し寄付を募る。自治体は、より多くの寄付金を集めるための指針を把握できていないのが現状である。そこで、本研究では効率評価を行うデータ包絡分析法(DEA: Data Envelopment Analysis) を用いて返礼品についてどの指標を改善すればよいか示す。

本論文の構成は次の通りとなっている。1章では意思決定における変化と本研究の目的について述べる。2章では情報の拡散過程を抽象的に捉えた情報拡散モデルについて意思決定理論の応用について述べる。3章では某自治体のふるさと納税の実データを用いて DEA で分析を行い、今後の運用について提案を行う。4章では研究結果についてまとめ、今後の課題を述べる。

Keywords:情報拡散ゲーム， データ包絡分析法， ふるさと納税， 純粋戦略ナッシュ均衡。

Abstract

Decisions are made at various scales, from individuals to organizations. Decision making techniques are of great importance in the field of management engineering, which include game theory, the science of strategic decision making in competition and cooperation, and operations research, the quantitative approach with applications of scientific, systematic and mathematical methods to support the decision making process.

In this thesis, decision making techniques are applied to two strategy development cases with discussions on the theoretical solutions as well as data-driven computational results. The first application lies in the information diffusion process, i.e., the product promotion strategy development in a potential customer network. This research extends the information diffusion model in literature with users' preferences. In order to clarify the existence conditions of the pure Nash equilibrium, an experimental tool called IDG (information diffusion game) simulator is developed with Python. The second application is in the field of hometown tax, which allows taxpayers to donate to any municipality of their choices with local gifts and tax breaks in return. Due to the increasing restrictions on the gifts, most municipalities face the problems on how to modify the gift lineup in order to enhance their competitiveness. Here an operational research method, DEA (data envelopment analysis), is utilized to evaluate the hometown tax efficiencies and propose strategies of gift lineup modifications from the perspectives of the municipality.

The outline of this thesis is as follows. Chapter 1 presents the increasing complexity of decision making and introduces the objective of this research. Chapter 2 focuses on the application of decision making techniques in information diffusion process. Chapter 3 focuses on the hometown tax strategy development with DEA. Chapter 4 summarizes this thesis.

Keywords: Information Diffusion Game , Data Envelopment Analysis , Hometown Tax, Pure Nash Equilibrium.

謝辞

本論文の執筆にあたり，指導教員である宋宇教授，また傅靖助教には研究方針・論文執筆・発表指導について熱心に指導して下さったことを深く感謝申し上げます．学会発表に際して，発表原稿の細かなチェック，英語の指導についても多忙な中で時間を設けて下さったお陰で乗り越えることができました．

研究，発表について指摘など指導していただいたシステムマネジメント学科の教員の皆様にも感謝しております．

また，データを提供して頂いた K 市役所商工政策課の方々に，この場をお借り致しまして心より御礼申し上げます．ご支援頂いた福岡工業大学社会連携室の山田真也様にも感謝いたします．

最後に，心身共に健康な状態で学び舎に通い続けることができたのは家族の協力があったからです．このご恩は一生忘れません．

目次

概要	i
Abstract.....	ii
謝辞	iii
1 序論.....	5
2 情報拡散モデルにおける戦略的分析.....	8
2.1 背景.....	8
2.2 従来研究について.....	11
2.3 基礎知識.....	13
2.3.1 ナッシュ均衡.....	13
2.3.2 グラフ.....	13
2.3.3 木グラフ（ツリーグラフ）.....	14
2.4 情報拡散モデルについて.....	15
2.5 検証要件.....	19
2.5.1 2人拡張情報拡散モデルの検証.....	19
2.5.2 3人情報拡散モデルの検証.....	22
2.5.3 検証環境.....	22
2.6 検証結果.....	23
2.6.1 2人拡張情報拡散モデルの検証結果.....	23
2.6.2 3人情報拡散モデルにおける検証結果.....	27
3 データ包絡分析法を用いたふるさと納税運用の分析.....	28
3.1 背景.....	28
3.2 データ包絡分析モデル.....	31
3.2.1 CCR モデル.....	32
3.2.2 BCC モデル.....	33
3.2.3 SBM モデル.....	34
3.3 分析事例.....	35
3.3.1 自治体の効率分析.....	36
3.3.2 業者の効率分析.....	37
3.3.3 返礼品の効率分析.....	37
3.3.4 計算環境.....	38

3.4 分析結果	39
3.4.1 自治体の分析結果	39
3.4.2 業者の分析結果	45
3.4.3 返礼品の分析結果	49
3.4.4 返礼品－業者間のクロス分析	53
3.5 提案方針とフィードバック	58
4 結論	59
参考文献	61
付録 情報拡散検証プログラム	64
実績リスト	79

図表目次

図 1	時刻 0 において初期化されたネットワーク	15
図 2	時刻 1 においてプレイヤーが戦略を決定した後のネットワーク	16
図 3	時刻 2 における拡散を 1 回行った後のネットワーク	16
図 4	情報の拡散が終了したネットワーク	16
図 5	5 個の頂点で構成される無向グラフ	20
図 6	図 5 と同型である無向グラフ	20
図 7	情報拡散モデルの検証フロー	21
図 8	7 個の頂点で構成されるスターグラフ	25
図 9	7 個の頂点で構成される木グラフ	26
図 10	6 個の頂点で構成される完全グラフに頂点が隣接したグラフ	26
図 11	7 個の頂点で構成される木グラフ	27
図 12	CCR モデル入力指向効率分布 (単位: %)	40
図 13	CCR モデル出力指向効率分布 (単位: %)	40
図 14	BCC モデル入力指向効率分布 (単位: %)	41
図 15	BCC モデル出力指向効率分布 (単位: %)	41
図 16	CRS-SBM モデル効率分布 (単位: %)	42
図 17	VRS-SBM モデル効率分布 (単位: %)	42
図 18	返礼品－業者間の効率散布図 (CCR-INPUT, CCR-OUTPUT)	55
図 19	返礼品－業者間の効率散布図 (BCC-INPUT)	56
図 20	返礼品－業者間の効率散布図 (BCC-OUTPUT)	56
図 21	返礼品－業者間の効率散布図 (CRS-SBM)	57
図 22	返礼品－業者間の効率散布図 (VRS-SBM)	57
表 1	モデル内で用いる変数表	32
表 2	DMU の入力と出力	35
表 3	分析に用いるデータの参照元と基本統計量	36
表 4	効率 100% の自治体と K 市の入力と出力 (全モデル共通)	44
表 5	効率 100% の自治体と K 市の改善値 (CRS)	44
表 6	効率 100% の自治体と K 市の改善値 (CRS-SBM)	44
表 7	効率 100% の自治体と K 市の改善値 (VRS)	45
表 8	効率 100% の自治体と K 市の改善値 (VRS-SBM)	45

表 9	効率値 TOP5 と BOTTOM5 の業者の入力と出力	47
表 10	効率値 TOP5 と BOTTOM5 の業者の改善値 (CRS)	47
表 11	効率値 TOP5 と BOTTOM5 の業者の改善値 (CRS-SBM)	48
表 12	効率値 TOP5 と BOTTOM5 の業者の改善値 (VRS)	48
表 13	効率値 TOP5 と BOTTOM5 の業者の改善値 (VRS-SBM)	49
表 14	効率値 TOP13 の返礼品の入力と出力 (VRS 効率値 100%)	50
表 15	効率値 TOP13 の返礼品の改善値 (CRS)	51
表 16	効率値 TOP13 の返礼品の改善値 (CRS-SBM)	51
表 17	効率値 BOTTOM12 の返礼品の入力と出力 (全モデル共通)	52
表 18	効率値 BOTTOM12 の返礼品の改善値 (CRS)	52
表 19	効率値 BOTTOM12 の返礼品の改善値 (CRS-SBM)	53
表 20	返礼品－業者クロス分析のサンプル分布	54

1 序論

意思決定は、個人、企業、自治体など様々な規模・レベルで策定される。意思決定を行うためには関連する情報は必要不可欠であるが、情報社会において爆発的に増加する情報量は意思決定に必要な情報を提供する半面、情報の氾濫により意思決定の複雑さを増幅させている面も否めない。

ビッグデータに象徴されるように、情報・通信技術の発展と普及から情報の収集が容易になった。IDC社の集計によると、世界中の50億人を越えるユーザーがデータのやり取りをしている。2018年における全世界の情報量は33 Zetaバイトであったが、2025年には175Zetaバイトに増加する見込みである[1]。その影響は、企業活動において3大経営資源として掲げられていた「ヒト、モノ、カネ」に情報が要素として加わり「ヒト、モノ、カネ、情報」の4大経営資源として採用されていることから意思決定における変容が窺える。

しかし、前述のように、情報の急増に伴って意思決定の複雑さも増しており、それをスムーズに解決する手法の確立は急務である。

また、現代社会において、企業活動・組織運営において様々な新たな分野・課題も現れている。

例えば、通信技術の発展と普及に伴い、商品の広告を行う際には、これまで既存の広告媒体であったマスコミュニケーションとダイレクトメールなどに加え、ウェブページ、動画配信サービス、コミュニケーションツールなど新たな媒体を用いた市場が急成長を遂げている。日本の広告市場では、2019年においてインターネットはついにテレビを超えて、最大の広告媒体となった。中でもSNSはマーケティングツールとしてますます重要となっている。如何にこれらを活用するかは経営における重要な意思決定である。

この他に、非営利組織である地方自治体が税金を集めることを目的としたふるさと納税への参加など時代の変化に伴った新しい市場、分野における意思決定が求められている。

他方、このよう意思決定の補助を行う意思決定理論の数々はオペレーションズ・リサーチの分野において非常に重要である。意思決定理論の中には、戦略選択の意思決定を行うゲーム理論や、目的関数の最適化を図ることで意思決定のエビデンスを提供する最適化理論などが含まれており、多面的な分

析が可能である。近年、コンピュータ性能の飛躍的な向上により、オペレーションズ・リサーチ理論で提案された様々なアルゴリズムは、意思決定において効率的に解を提供し評価できるようになった。

本研究の目的は、マーケティングに関係する戦略策定に着目し、意思決定理論を用いることで経営者等に数値的な判断材料を提供することである。研究では、2つのモデル・事象について分析を行う。

1つ目は、情報拡散モデルを通して販促を行う場合にどのようなユーザーを中心として考慮するべきかについてゲーム理論を用いて知見を与えている。情報拡散モデルは、情報の拡散過程を無向グラフ上でモデル化したものである。このモデルでは、情報を拡散する立場がプレイヤーであり、無向グラフ外に存在するのが特徴である。無向グラフにおける頂点はネットワークのユーザーを表しており、辺はユーザー間の繋がりを表している。

情報拡散モデルの分析には用いられるゲーム理論は、プレイヤー(当事者)間の戦略的状況において、相手の行動を考慮して意思決定を行う手法である。

従来研究されてきた情報拡散モデルでは、複数の情報を同時に受信した時のネットワークのユーザーが起こす行動について合理性が欠けている問題がある。そこで、ネットワークのユーザーが起こす行動について、偏向性の概念を導入してルール of the 拡張を施し、情報の拡散に関する戦略的分析を行った。分析では、純粋戦略ナッシュ均衡と呼ばれる解の存在性に関する法則について明らかにする。この検証と分析を行うために、本研究では情報拡散モデルのシミュレータと多人数における純粋戦略ナッシュ均衡を導出するための計算プロセスを開発し検証を行う。

2つ目の事象は、実在する自治体を例に挙げたふるさと納税の運用に関する分析である。

ふるさと納税は、自治体間における税収格差を緩和することを目的として導入された制度である。各地方自治体は、より多くの税収を確保するために様々な特産品を用いて寄付を募っている。これまで、ふるさと納税について財政または地域経済活性化の視点からの分析は行われているが、特産品の投入効率分析に関する研究は行われていない。しかし、知名度の高い特産品が多くない自治体では、どのような返礼品が効率的に寄付を集めることができるのか知る必要がある。

この事象では、データ包絡分析法（DEA: Data Envelopment Analysis）を用いて、自治体、自治体内の業者、自治体が提供する返礼品の各視点について相互比較し効率評価を行う。DEAは事業体の効率評価と分析を行う手法である。この分析法の特徴は、財務会計に関する評価が困難な事業体である図書館などについて効率評価を行うことが出来ることである。

本研究では、データ包絡分析法を用いてふるさと納税の運用に関する3つの視点から効率評価を行い特徴と改善方針の抽出する。3つの視点では、自治体間の比較、K市に返礼品を提供する業者間の比較、K市が提供する返礼品の比較について分析を行う。自治体間の比較では、K市が用意した特産品の数に見合った寄付を集めているか分析する。K市に返礼品を提供する業者の分析では、返礼品の提供数と費用からどれだけK市の寄付に効率的に貢献できているかを明らかにしている。K市が提供する返礼品に関する分析では、返礼品に関する費用に対して寄付件数と寄付金額の出力項目の改善方針を示している。これらの分析によって明らかになった効率評価と改善に関する数値から、ふるさと納税について自治体が抱える強みと弱みについて明らかにし、効率的な運用をするための判断材料と方針の提案を行う。

本論文の構成は次の通りとなっている。この章では現代における意思決定の複雑化について述べ、本研究の目的と分析対象である事象について紹介している。2章では情報拡散モデルについて、偏向性の概念を導入して一般化し、ゲーム理論を応用してナッシュ均衡の存在について検証する。3章ではK市がふるさと納税をどのように運用していくべきかについて、包絡分析法を用いて分析を行い、返礼品の改善について提案する。4章では、分析に関する総括と今後の課題について述べる。

2 情報拡散モデルにおける戦略的分析

2.1 背景

現代では、これまで瓦版や掲示板などで行われてきた情報交換の場がインターネットを通じて提供されているウェブページや Social Network Service (SNS) に遷移しつつある。これにより、従来では限定されていた情報共有の範囲が拡大され、一般人が SNS を通じて投稿した文章や写真などを世界中の人々が自由に閲覧できる時代となった。この時代の変化に伴い、広告に関する在り方も変化してきている。従来、マスコミュニケーションとプロモーションを主な媒体として広告が提供されていた。しかし、SNS などのツールが普及することで広告市場においても前述の 2 媒体から変化が生じつつある。SNS や動画投稿サイトなどにおいて広報活動が行われるようになり、インターネットを介して提供される広告市場が急成長を遂げたのである [2]。

情報の拡散過程について抽象的に捉えることは、ネットワーク全体を明らかにできない場合の広告戦略においてその効果を容易に把握でき、他の競合に対して効果的な戦略を提案する。このような情報の拡散過程に関するモデルの一つとして、情報拡散モデルが挙げられる。

情報拡散モデルは Alon ら [3] によって提唱されたものであり、ネットワーク上において自ら発信した情報をユーザーが拡散することで、より多くのユーザーを獲得することを目的としている。情報の拡散を行う意思決定主体はネットワーク外に存在するということが特徴として挙げられる。

本章では、この情報拡散モデルについて問題提起とその問題を解決する新しい概念を導入した後、様々なグラフに対して検証を行いネットワークにおける情報拡散について意思決定理論の解の一つである純粋戦略ナッシュ均衡について分析を行う。この情報拡散モデルでは、ネットワークを無向グラフとして表現し頂点をネットワークのユーザーとしている。辺はユーザー間の繋がりを表しており、情報はこの辺を通してネットワーク全体へと拡散される。このモデルでは、情報を行いたい意思決定主体をプレイヤーとしており、拡散開始時点でネットワーク外からどのようなユーザーを介して情報を拡散するかを一つ選択する。情報を持った頂点は、隣接した情報を保持していない頂点に拡散を行いこの手順をネットワーク内で可能な限り実行する。情報

はプレイヤーの数だけ存在しており、一つの頂点に対して同時に複数の情報が拡散された場合、その対象の頂点はその後全ての情報を保持せず、情報を通過させない特性を得るユーザーとなる。

情報拡散モデルは、離散ポロノイゲームと拡散の進行が類似している部分が存在する。しかし、明らかな違いとして情報拡散モデルには先攻後攻の概念が存在しない。情報拡散モデルの進行は、すべてのプレイヤーが同時に初期選択を行い、拡散が開始される。この初期選択以降、プレイヤーは何も行動を起こさず、拡散が終了するまで待つのみである。また、離散ポロノイゲームは複数の情報を同時に受信すると全ての情報を保持する特徴があるが、情報拡散モデルではすべての情報を拒否し、拡散過程から除外される特性を持つという行動を起こす点でこれらに違いが見られる。

情報拡散モデルに対する研究の独自性として、グラフの形状又は直径を主としている研究[3-11]、そして頂点に対して重みを付与した研究[12]などが挙げられる。

一方、このモデルに対して提起されてこなかった疑問の1つとして情報が衝突した時の特性が挙げられる。すなわち、ネットワークのユーザーに対して複数の情報が同時に拡散された場合に、何も情報を保持せず情報を通過させない特性を持つことである。多様な社会的ネットワークがインターネットを通じて提供されている現代において、複数の情報に対して拒否反応を示すことは現実性に乏しい。

本研究では、各ユーザーは自分の信じる傾向を持っており、自分の判断をもってどちらかの情報を採択し拡散する、と仮定する。従来取り組まれてこなかった、情報の衝突が生じた際に何も情報を保持しない特性を有していた今までのルールについて着目し、各ユーザーの偏向を考慮した情報拡散モデルについての検証を行う。そして、従来のルールと比較して純粋戦略ナッシュ均衡の組に変化が生じるのか、純粋戦略ナッシュ均衡の存在性について比較を行う。

本章では、1節にて研究背景と主となる検証結果を分析する項目について簡単に述べ、2節では従来研究における取り組みと成果について記述する。3節では、本研究で用いる解の概念である純粋戦略ナッシュ均衡と情報拡散モデル内で登場する用語について説明する。4節では情報拡散モデルについて

紹介した後に従来触れてこられなかった問題を提起し，その問題に対する本研究におけるアプローチを提示する．5 節では，アプローチを取り入れ拡張した情報拡散モデルについて検証を行うための要件を述べ，6 節では，検証の結果から純粋戦略ナッシュ均衡の存在性に関する法則の有無について述べる．

2.2 従来研究について

情報拡散モデルについて、これまで多様な研究がなされてきており主にグラフの形状を限定した純粋戦略ナッシュ均衡の存在性に関する研究である。まず、このモデルを提唱した Alon ら[3]の研究では、情報拡散モデルはバイラルマーケティングを活用して競合する商品を宣伝することを仮定している。そして、2人で拡散を開始する情報拡散モデルにおける純粋戦略ナッシュ均衡の存在性についてグラフの直径と関連付けた研究を行った。直径が1のグラフを考慮したとき、そのグラフはクリークであり拡散した結果は自明である。よって直径が2以上のグラフについて考慮したとき、直径が2の場合は潜在的ゲームであり、潜在的ゲームの特徴から動的により良い反応に収束するため純粋戦略ナッシュ均衡は存在するとしている。直径が3以上のグラフに関して、直径が3の場合に、対称性のあるグラフを構築し、次数が高い頂点と低い頂点に分類した。これにより、各プレイヤーの戦略の組を6通りに分類し利得からナッシュ均衡は存在しないことを示した。

竹原ら[10][11]の研究では、Alon らが示した定理の1つである「直径が2以下のグラフにおいて純粋戦略ナッシュ均衡は存在する」という点について、2人プレイヤーで直径が2であるグラフについて純粋戦略ナッシュ均衡が存在しない例を示した。更に、この研究では2人より多い人数におけるパスグラフ上に関する純粋戦略ナッシュ均衡について明らかにしている。パスグラフ上の拡散モデルに純粋戦略ナッシュ均衡が存在する条件としてプレイヤーの戦略に隣接した頂点を選択した戦略プロファイルが含まれる必要があることを示している。プレイヤーが3人の場合、頂点数が6以上で構成されるパスグラフにおいて純粋戦略ナッシュ均衡が存在しないことを示している。これは、隣接した戦略プロファイルに注目したとき頂点数が6以上の場合に各プレイヤーが得られる利得から均衡が崩れるからである。プレイヤーが4以上の場合においては、頂点数に関係なく純粋戦略ナッシュ均衡が存在することを示している。

伊藤ら[7]の研究では、プレイヤーが3人の情報拡散モデルをサークルグラフ上で実行した場合とプレイヤーが2人の情報拡散モデルを木グラフ上で実行した場合について純粋戦略ナッシュ均衡の存在する条件を示した。また、

頂点数が奇数と偶数の場合に純粋戦略ナッシュ均衡の存在条件が異なることを示した。頂点数が奇数の閉路における純粋戦略ナッシュ均衡の存在する条件として、各プレイヤーが選択した頂点間にある頂点が偶数であり、間にある頂点数の最大がグラフを構成する頂点数を $|V|$ としたとき $(|V| - 1) / 2$ 以下であることが挙げられる。頂点数が偶数の閉路における条件として、各プレイヤーが選択した頂点間にある頂点の数が {偶数, 偶数, 奇数} の組み合わせであり、更に $(|V| - 2) / 2$ 以下であることが挙げられる。頂点数が V の木グラフに関して、2人の情報拡散モデルを実行するとき、木グラフ内の部分木の頂点数の最大値が $V/2$ 以下である場合に純粋戦略ナッシュ均衡が存在することを示している。

山口ら[12]の研究では、これまでグラフの形状とプレイヤーの人数に着目した研究が多い中で、各頂点に対して利得の重みを付与し一般化した2人プレイヤーの情報拡散モデルにおける純粋戦略ナッシュ均衡の存在性について特徴づけを行っている。主結果として重み関数 w を持つ n 個の頂点で構成されるサークルグラフにおいて頂点数が 3, 4, 5 のときは常に純粋戦略ナッシュ均衡が存在し、6以上になると純粋戦略ナッシュ均衡が存在しない重み付けが存在することを示した。

2.3 基礎知識

2.3.1 ナッシュ均衡

ナッシュ均衡とは、各プレイヤーが他のプレイヤーの戦略に対して最適な戦略を採択した戦略の組である。ここで最適とは、最も好ましい状態を指す。

一般に、標準形のゲームを考える場合 N をプレイヤーの集合、 S を戦略の組の集合、 $u = (u_i)_{i \in N}$ を効用の組とおく。ナッシュ均衡である $s^* \in S$ が存在するとき、全てのプレイヤー i とその戦略 $s_i \in S_i$ について次のことが成り立つ。

$$u_i(s^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*), \quad i \in N$$

ナッシュ均衡の存在性に関する証明は角谷の定理を用いて行うことが可能である。ここでは、 N 人のプレイヤーにおける純粋戦略を仮定する。プレイヤーごとに1つずつ選択した n 個の戦略からなる組は、プレイヤーの n 個の戦略を乗算することによって得られる積空間内の点としてみることが可能である。戦略の組の中の各プレイヤーの戦略が、対抗するその他の戦略の中からそのプレイヤーに対して取得可能な最高の期待利得をもたらしたとき、そのような戦略の組は他の戦略の組に対立する。自己対立するような戦略を均衡点とする。

各戦略の組とそれに対抗する戦略の組の集合により、積空間への1対多の写像が得られる。対立の定義から点の対抗点の集合が凸であることがわかる。利得関数の連続性を利用していることから、写像のグラフが閉じていることがわかる。閉グラフ性は、次と同義である。もし $Q_1, Q_2, \dots, Q_n, \dots$ 及び P_1, P_2, \dots が $Q_n \rightarrow Q, P_n \rightarrow P$ であり、 Q_n が P_n の対立である積空間内にある点の連続である場合、 Q は P の対立である。閉グラフであること、そして写像の下各点のイメージが凸であることから角谷の不動点定理より写像には不動点があると推測される。したがって、均衡点が存在する。

2.3.2 グラフ

グラフとは、 $E \subseteq [V]^2$ を満たす $G = (V, E)$ を指しており、 V の要素はグラフの頂点、 E の要素はグラフの辺と呼ぶ。グラフを図示する場合、各頂点に点を描画し、辺を構成している対応した2頂点間で線を結ぶ。グラフにおいて辺で結ばれている2頂点を隣接点といい、隣接しているという。グラフ内の2

頂点を端点として生成されるパスグラフを道といい，距離は任意の2頂点間において生成可能なパスグラフにおける最小な辺の本数を指す．グラフの直径は，グラフ内の全ての2頂点間における距離の最大である．グラフにおける次数は，隣接点の数と等しく，接続辺の本数と等しい．

2.3.3 木グラフ (ツリーグラフ)

閉路を含まないグラフを林と呼び，連結した林を木と呼ぶ．木グラフの任意の2頂点は，木グラフの中でただ1つしか経路を持たない．任意の頂点を特別な頂点として選択したとき，その頂点を根と呼ぶ．また，木グラフにおける次数が1の頂点を葉と呼ぶ．

2.4 情報拡散モデルについて

情報拡散モデルは社会的ネットワークにおける情報の拡散過程をモデル化したものである。ネットワークは $G=(V,E)$ で表現され、プレイヤーの集合を $N=(1,\dots,n)$ 人として、このモデルにおける情報を最初に拡散するプレイヤーはネットワーク外からゲームの開始時に1つのユーザー(頂点)を選択する。各プレイヤーはそれぞれ異なる情報を持ち、情報を発信する。

モデル内において情報は図上において色で視覚的に表される、モデル上では $C=\{c_1,\dots,c_n,white,gray\}$ で表現され、*white*は、情報を何も保持していない初期化された状態を指す。*gray*は複数の情報を同時に受信しようとした場合にすべての情報を拒否し、その後情報を通過させることが出来ないゲームから除外されたユーザーになることを指す色である。すべてのユーザーは一度情報を受信すると、他の情報は受信せず、各時点において、自身に隣接した情報を受け取っていないユーザーがいた場合に情報の拡散を行う。白色のユーザーに対して色が塗られることがなくなったら拡散は終了とし、各プレイヤーの色で塗られた頂点の数がそのプレイヤーの利得となる。正規化された手順と実際に実行した例(図1~図4)を以下に示す。

- 時刻0：グラフ内の頂点を初期化する
- 時刻1：プレイヤーが選択した頂点をその色で塗る
- 時刻 $t(t \geq 2)$ ：*white*で塗られた各頂点は、隣接する頂点のプレイヤーの色が1種類の場合その色で塗られる。複数の種類の色がある場合は、*gray*で塗る。

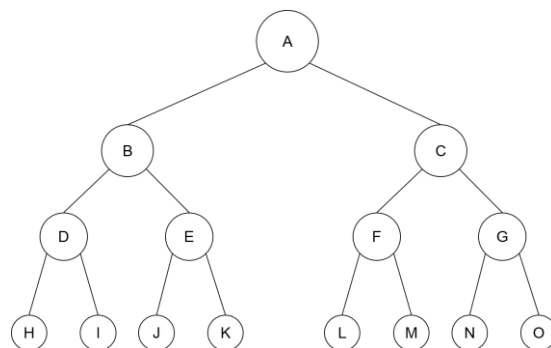


図1 時刻0において初期化されたネットワーク

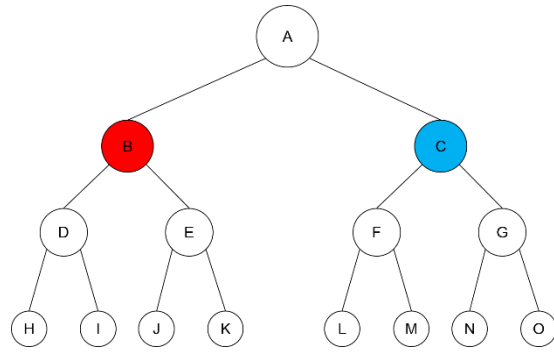


図 2 時刻 1 においてプレイヤーが戦略を決定した後のネットワーク

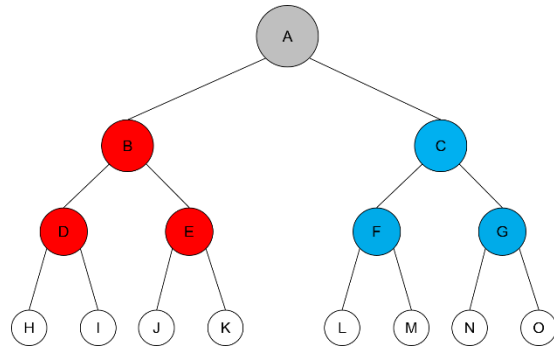


図 3 時刻 2 における拡散を 1 回行った後のネットワーク

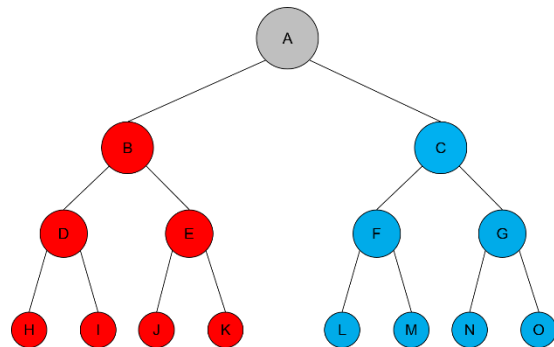


図 4 情報の拡散が終了したネットワーク

図 1 の状態は時刻 0 においてグラフ内の頂点を white で塗り初期化を行った状態である。その後、情報拡散を行うプレイヤーはグラフ内の頂点から情報の拡散を行う頂点を同時に決定する。この決定が情報拡散モデルにおける戦略となる。図 2 では、プレイヤー 1 とプレイヤー 2 場合にそれぞれが v_B と v_C を選択した例を示している。また、時刻 1 において複数のプレイヤーが同じ頂点を選択した場合、選択された頂点は gray で塗られるため選択したプレイヤーの利得は 0 となる。図 3 では、最初の拡散過程を示して

おり情報を保持していない white の色で塗られた頂点は隣接した情報を保持した頂点が 1 つならば情報を保持する。ここで、頂点 v_A に隣接した頂点が保持する情報の種類が 2 種類以上の場合、white で塗られていた頂点は gray で塗られる。図 4 では次の拡散過程を終えたグラフの状態を表している。このモデルでは、拡散は逐次的に行われ拡散の実行が不可能になったとき終了する。各プレイヤーの利得は、拡散が終了したグラフ内にある割り当てられた色の情報を保持した頂点の数となる。図 1～図 4 で例示した拡散では時刻 3 における拡散で終了する。この時の各プレイヤーの利得は (7,7) となる。

モデルにおいて繰り返される手順は、時刻 t の処理のみであり、拡散モデル内でプレイヤーが起こせる行動は時刻 1 の拡散を開始する頂点を選択することのみである。

ネットワーク内における情報の拡散過程を抽象的に捉えることで、競合的な情報拡散に関する戦略分析においてこれまで特徴が見出されてきたが、これまで触れてこられなかった部分が存在する。それは、white で塗られた頂点の周囲に複数のプレイヤーの色で塗られていたときの拡散過程である。競合する情報の拡散を想定しているこのモデルにおいて、複数の情報が隣接している頂点にあるとき、gray に塗られることはグラフの形状により拡散が殆ど行われな場合が考えられる。そこで、本研究では情報が競合した場合に頂点は尊重して受け取る偏向性が存在すると仮定して従来の情報拡散ゲームに拡張を施した。拡張を施した情報拡散モデルにおける変更点は以下の通りである。

変更前：

- 時刻 $t (t \geq 2)$: white で塗られた各頂点は、隣接する頂点のプレイヤーの色が 1 種類の場合その色で塗られる。複数の種類の色がある場合は、gray で塗る。

変更後：

- 時刻 $t (t \geq 2)$: white で塗られた各頂点は、隣接する頂点のプレイヤーの色が 1 種類の場合その色で塗られる。複数の種類の色がある場合は、頂点を持つ偏向性 $P = \{p_1, \dots, p_n\}$ に基づいてプレイヤーの色で塗る。 p_i は頂点

i が持つ偏向を指しており、 $n!$ の数列で表される。 $n = 3$ の場合は $p_1 = (c_1, c_2, c_3)$ で情報の優先順位を表している。初項 c_1 は最も優先して情報を保持する項であり、末項 c_3 の優先順位は最も低い。

この拡張によって、バイラルマーケティングと呼ばれる口コミなどを通して競合商品をネットワークに拡散させるような広告戦略を仮定することが可能となり、情報の拡散に関する分析をより詳細に行うことが可能となる。バイラルマーケティングの事例として身近に挙げられるのが、自身が加入しているサービスに他人を紹介する形式である。このマーケティング手法を想定したとき、そのネットワークの形状は木グラフ、円グラフのように定型的な構造を持つ可能性は低い。そのため、グラフの形状から導かれた特徴から戦略における純粋戦略ナッシュ均衡の存在性の検討以外に、直径、次数の分布などから検討を行う必要がある。

グラフにおける頂点と辺を、現実に存在するネットワークに適用させるとき、個々人を頂点として扱うことがグラフの規模と複雑性を増加させることは想像に難しくない。そこで、本研究では、頂点のそれぞれを特徴的な顧客層に例えることで、ネットワークの簡略化とその効果について損なうことなく検証と分析が可能になる。例として、A社が開発した携帯電話とG社が開発した携帯電話が同時に広告を展開すると仮定する。その時、年齢と性別の項目で分類を設けることで10代男女～70代以上男女をネットワーク内の頂点と仮定する。すると年代で7通り性別で2通りの場合は14個の頂点で構成することができる。これらの頂点に対して、単純に情報を拡散するのではなく、用いるメディアなど戦略を細分化させ競合させることで暫定的なネットワーク内における影響と拡散を知ることができる。この戦略の組み合わせにおいて、相手の戦略を考慮した戦略を策定することは、ネットワーク内の頂点により多く拡散するためには不可欠である。

2.5 検証要件

本研究における拡張した情報拡散モデルについて、検証する事例数が多いため専用のシミュレータを作成して検証を行った。検証を行うに際し、大きく2通りの検証を行っている。検証から存在性に関する法則を分析する理由として、潜在的ゲームを想定していないためである。潜在的ゲームを仮定することで、各プレイヤーに共通する利得関数の存在を仮定して分析を行うため、例外が存在する可能性が生じるからである。そのため、本検証では原則としてグラフを列挙して検証を行っている。

2.5.1 2人拡張情報拡散モデルの検証

この検証では、プレイヤーが2人の拡張した情報拡散モデルにおいて頂点数が最大7のグラフまでを対象に検証を行い、純粋戦略ナッシュ均衡の存在性について検証を行った。偏向性の定義は、各頂点に対して優先順位をパラメータとして設定している。検証ではこの偏向性に関して、他の項目同様に列挙的に全ての偏向の組み合わせについて検証を行っている。また、列挙の過程において図5のようなグラフが存在した場合に、頂点の番号と位置は列挙で検証すると重要なパラメータではないため図6のように同じ構造のグラフと判断して検証は行っていない。この検証を行う手順として、2人拡張済み情報拡散モデルに関する流れ図を図7に示す。

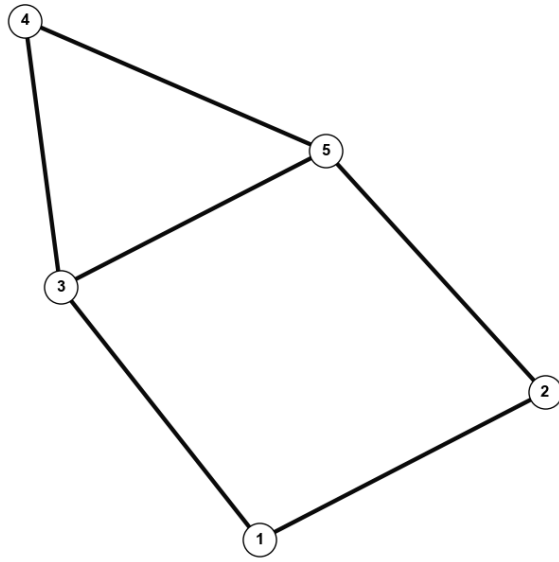


図 5 5個の頂点で構成される無向グラフ

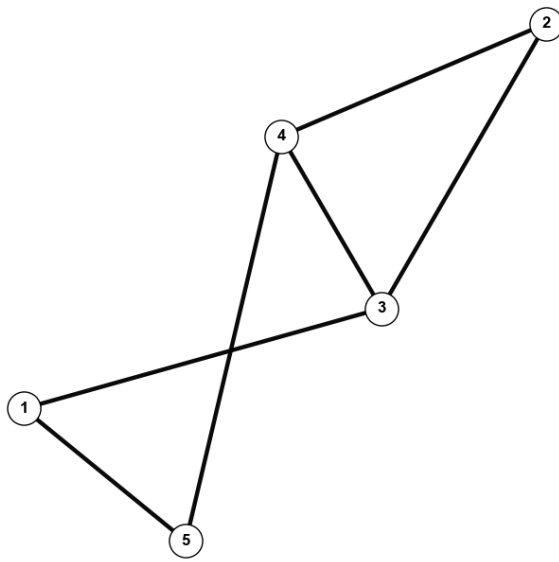


図 6 図 5 と同型である無向グラフ

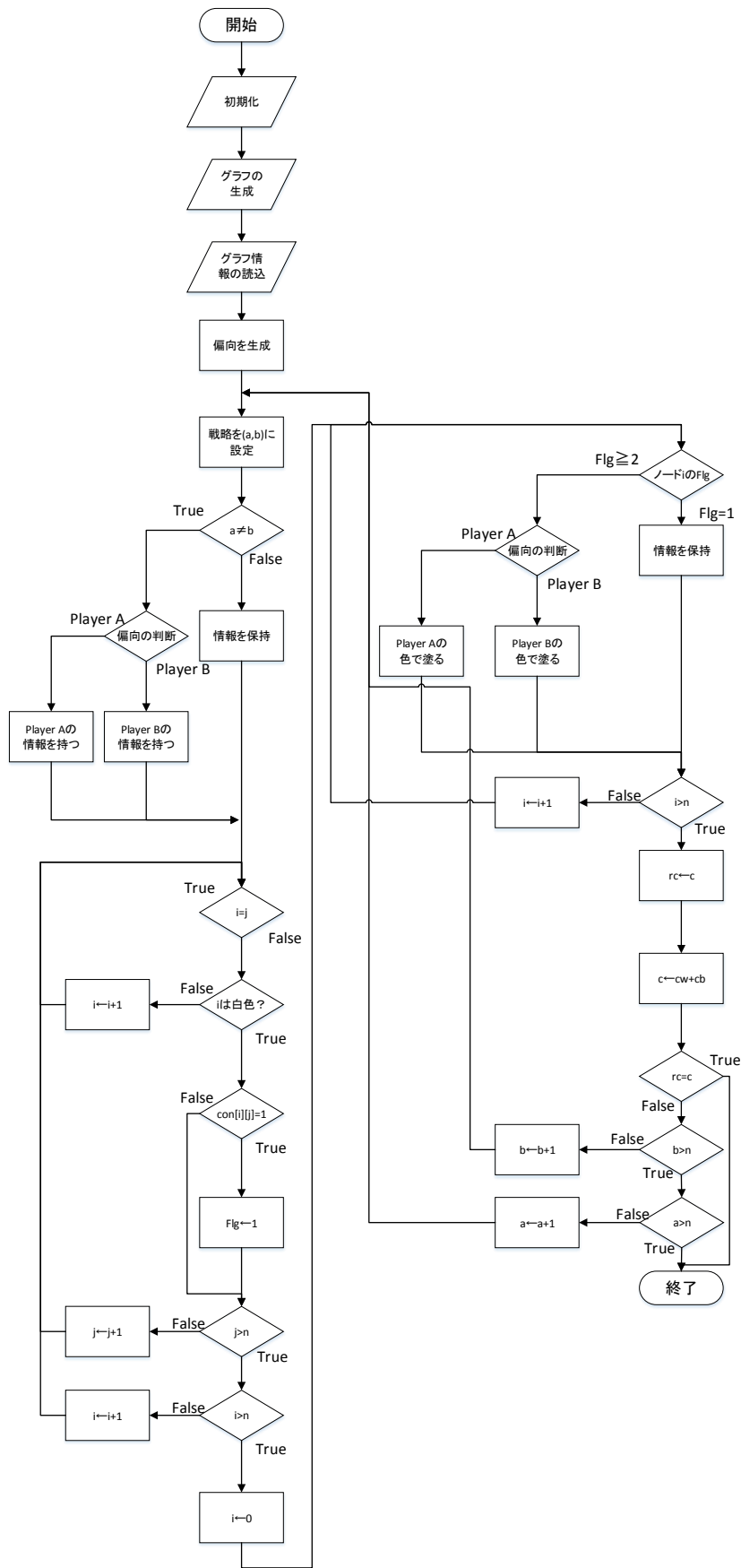


図 7 情報拡散モデルの検証フロー

2.5.2 3人情報拡散モデルの検証

この検証では、これまで確認されていない木グラフに対してプレイヤーが3人の情報拡散モデルについて検証を行った。この検証では、従来研究されてきた情報拡散モデルにおいても検証がなされていないため、拡張前のモデルと拡張後のモデルにおいて検証を行い純粋戦略ナッシュ均衡について存在性の比較と分析を行う。

2.5.3 検証環境

開発したシミュレータは Python で記述している。Python で記述した理由として、グラフの同型判断を行うことが出来るライブラリが開発されているからである。実行環境は以下の通りである。

CPU：インテルCore i7-6700

メモリ：16GB

OS：Windows 10 Education

製造元：Dell 株式会社

3人プレイヤーにおける木グラフの情報拡散モデルについて検証したときの検証時間は最小規模である3つの頂点では約3秒、4つの頂点では約40秒、5つの頂点では約783秒、6つの頂点では約21,241秒となっている。頂点の数が増えることによって、戦略の状態数が指数的に大きくなることが計算時間の急激な増加が発生する要因である。

2.6 検証結果

2.6.1 2人拡張情報拡散モデルの検証結果

本検証では、頂点数が4から7までのグラフについて全てのグラフを生成し検証を行った。頂点数が7の場合に最大853通りのグラフが生成された。検証結果から、木グラフに関する次の法則が明らかになった。

グラフを分割する切断点について、分離後の2つのグラフの頂点数の差が最小になる切断点の組み合わせ $\{a, b\}$ が異なる偏向を持つとき、その切断点は純粋戦略ナッシュ均衡である。

この法則はナッシュ均衡の存在性と分離後の2つのグラフが持つ頂点の差が最小であることに関する2つの特性で説明することが可能である。純粋戦略ナッシュ均衡の存在性について、木グラフ G について純粋戦略ナッシュ均衡が存在すると仮定しており、その戦略の組である $\{a, b\}$ は隣接していることを前提とする。戦略 $\{a', b'\}$ が隣接していないことを考慮したとき、木グラフ内において a' と b' の間には道が存在する。プレイヤーAが自身の利得を大きくするために戦略から逸脱すると、プレイヤーBも同様に戦略から逸脱する。よって、戦略 $\{a', b'\}$ は純粋戦略ナッシュ均衡ではない。

次に、隣接した2頂点の戦略 $\{a, b\}$ について考慮する。 a と b は隣接しており、それぞれは異なる情報を持つ木グラフ G_a と G_b に隣接することになる。 a と b のそれぞれの部分グラフを繋ぐいかなる道も a と b 両方の頂点を含まなければならない。このことから生成された部分グラフはそれぞれのプレイヤーの情報を保持する。この2頂点 $\{a, b\}$ について、 G_a と G_b が持つ頂点の数 $|V_{(G_a)}|$ と $|V_{(G_b)}|$ の差が最小であることを満たし、 $|V_{(G_a)}| \geq |V_{(G_b)}|$ と仮定する。 b に隣接する a を除く a'' について a'' と b で分離されたグラフが持つ頂点の数 $|V_{(G_{a''})}|$ について、 $|V_{(G_a)}| \geq |V_{(G_b)}| > |V_{(G_{a''})}|$ が成り立つ。これにより、頂点 b に隣接する頂点で分離したグラフが持つ頂点の数が最大になるのは $|V_{(G_a)}|$ である。また、 a に隣接する b を除く b'' について a と b'' で分離されたグラフが持つ頂点の数 $|V_{(G_{b''})}|$ について、 $|V_{(G_a)}| \geq |V_{(G_b)}| > |V_{(G_{b''})}|$ が成り立つ。これにより、頂点 a に隣接する頂点で分離したグラフが持つ頂点の数が最大になるのは $|V_{(G_b)}|$ である。分離後の2つのグラフの頂

点数の差が最小になる任意の隣接した 2 頂点 $\{a'', b''\}$ の存在について考慮したとき、分離したグラフが持つ頂点数について $|V''_{(G_{a''})}| \geq |V''_{(G_{b''})}|$ と $|V_{(G_a)}| - |V_{(G_b)}| > |V''_{(G_{a''})}| - |V''_{(G_{b''})}|$ が成り立つと仮定する。 $|V_{(G_a)}| + |V_{(G_b)}| = |V''_{(G_{a''})}| + |V''_{(G_{b''})}| = v$ から $|V_{(G_a)}| > |V''_{(G_{a''})}| \geq |V''_{(G_{b''})}| > |V_{(G_b)}|$ が得られる。その 2 頂点は G_a と G_b のどちらかに含まれ、 $|V_{(G_a)}| > |V''_{(G_{a''})}| \geq |V''_{(G_{b''})}| > |V_{(G_b)}|$ を満たさない。このことから、純粋戦略ナッシュ均衡である頂点の組 $\{a, b\}$ が存在するとき、その 2 頂点間にある切断辺で分離された 2 つのグラフが持つ頂点の差は最小となる。

この特性を図 8 に示すスターグラフと呼ばれる 1 つの頂点を中心に他の頂点が隣接しているグラフを用いて再現する。スターグラフについて葉の頂点のうち少なくとも 1 つの頂点 $\{v_1\}$ がプレイヤー B に対する偏向を持ちそれ以外の頂点 $\{v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$ がプレイヤー A に対する偏向を持つ場合、プレイヤー A の視点から最適な戦略はプレイヤー A に対する偏向を持つ頂点 $\{v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$ からプレイヤー B が選択する時に同じ頂点を選択することである。しかし、プレイヤー B に対する偏向を持つ頂点 $\{v_1\}$ を選択した場合、プレイヤー A の最適な戦略はプレイヤー B と異なるプレイヤー A に対する偏向を持つ頂点 $\{v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$ から選択することであり、同様の条件を持つ他の頂点を選択しても全て利得は同一である。プレイヤー B の視点から、最適戦略はプレイヤー A がプレイヤー A に対する偏向を持つ頂点 $\{v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$ から選択した場合に異なる偏向を持つ頂点 $\{v_1\}$ を選択することである。プレイヤー B に対する偏向を持つ頂点 $\{v_1\}$ を選択した場合の最適な戦略は同じ頂点 $\{v_1\}$ を選択することであり、この条件下における最適戦略から片方のプレイヤーが戦略を変更した場合、変更したプレイヤーの利得が減少する。このことから、この状況において純粋戦略ナッシュ均衡が成り立つ。また、純粋戦略ナッシュ均衡となる戦略の組み合わせが分離させる 2 つのグラフが持つ頂点の差は最小である。

また、図 9 のようなグラフについて根を $\{v_6\}$ 、葉を $\{v_1, v_2, v_3\}$ として、それ以外の頂点を内部頂点とする。葉の頂点の少なくとも 1 つの頂点 $\{v_1\}$ がプレイヤー B の偏向を持ちそれ以外の頂点 $\{v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$ がプレイヤー A の偏向を持つ場合、プレイヤー A の視点から最適な戦略はプレイヤー B がプレイヤー A

に対する偏向を持つ頂点 $\{v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$ から選択したときに同じ頂点を選択することである。また、プレイヤー B に対する偏向を持つ頂点 $\{v_1\}$ を選択した場合、プレイヤー A は自身に対する偏向を持つ頂点 $\{v_6, v_7\}$ から選択することが最適である。同様に、プレイヤー B の視点における最適な戦略はプレイヤー A がプレイヤー B の偏向を持つ頂点 $\{v_1\}$ を選択した場合に同じ頂点を選択することであり、その他の葉 $\{v_2, v_3\}$ から選択した場合は内部頂点 $\{v_4, v_5\}$ から選択することである。プレイヤー A が内部頂点 $\{v_4, v_5, v_6\}$ から選択するとき、プレイヤー B の最適な戦略は根 $\{v_7\}$ を選択することであり、プレイヤー A が根 $\{v_7\}$ を選択した場合は内部頂点 $\{v_4, v_5, v_6\}$ から選択することである。この条件下における最適戦略の組から片方が逸脱したとき、利得の増減が発生するため純粋戦略ナッシュ均衡は存在しない。内部頂点 $\{v_4, v_5, v_6\}$ にプレイヤー B に対する偏向を持つ頂点 $\{v_4\}$ が存在する場合、図 8 のスターグラフと同様の理由から、純粋戦略ナッシュ均衡が存在する。また、純粋戦略ナッシュ均衡となる戦略の組がグラフを分離させたとき、2つのグラフが持つ頂点の差は最小である。

この特性の他に、図 10 のように完全グラフに対して頂点が 1 つ隣接しているグラフにおいては、完全グラフ内の頂点 $\{v_1, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$ が持つ偏向のみすべて同じ場合に純粋戦略ナッシュ均衡が存在しないことが検証から明らかになった。図 10 において、純粋戦略ナッシュ均衡となるのはグラフを分離させる異なる偏向を持つ頂点の組 $\{v_2, v_7\}$ である。

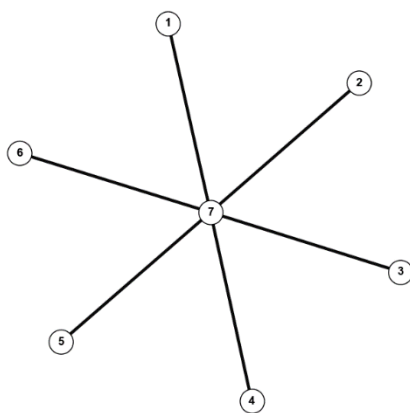


図 8 7個の頂点で構成されるスターグラフ

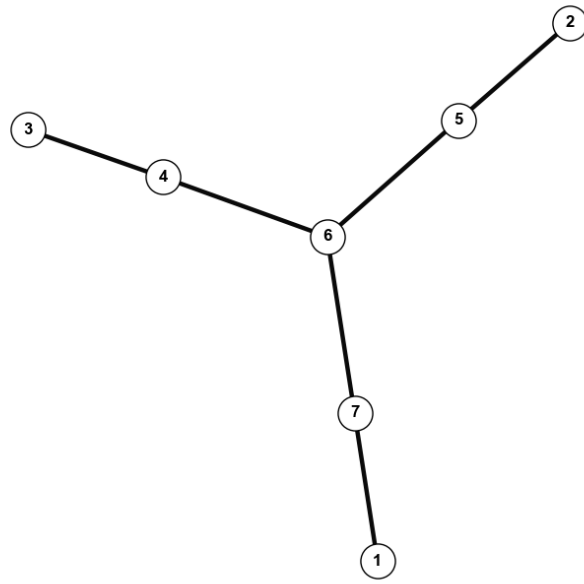


図 9 7個の頂点で構成される木グラフ

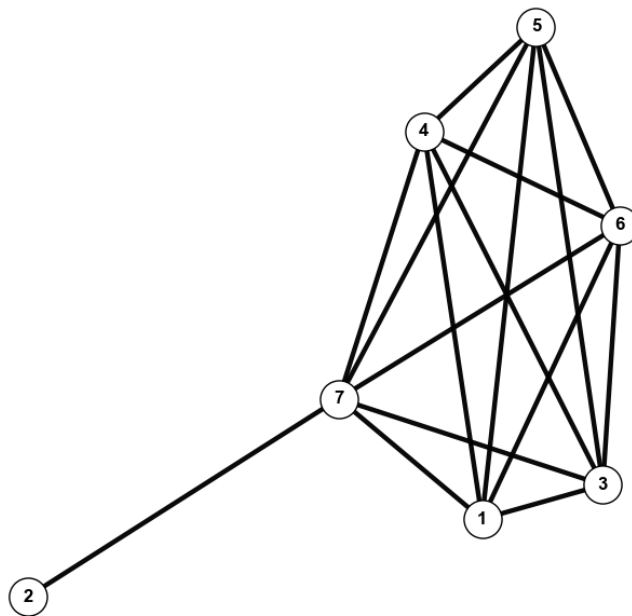


図 10 6個の頂点で構成される完全グラフに頂点が隣接したグラフ

2.6.2 3人情報拡散モデルにおける検証結果

本検証では，木グラフに限定した3人情報拡散モデルについて検証を行った．検証結果として，7つの頂点から構成される木グラフについて戦略プロファイルに特徴が見られた．

スターグラフにおける葉以外の頂点を根としたとき，常に根が純粋戦略ナッシュ均衡の戦略に採択されている．他に，直径について3以上，頂点の6つの頂点で構成されるグラフにおいて一番次数が大きい頂点の周りに，次いで次数が大きい頂点が隣接している場合に偏向の組み合わせによって少なくとも1つの純粋戦略ナッシュ均衡が存在することが明らかになった．図11のようなグラフについて情報拡散モデルを実行した場合， v_6 と v_7 を中心とした戦略プロファイルにおいて純粋戦略ナッシュ均衡が観測されている．

これら2つの頂点は，グラフ内で次数が高い頂点である．スターグラフにおける純粋戦略ナッシュ均衡が存在するような戦略プロファイルから，プレイヤーの人数に対して明らかに他の頂点より次数が高い頂点に純粋戦略ナッシュ均衡となる戦略が導出される傾向が明らかになった．

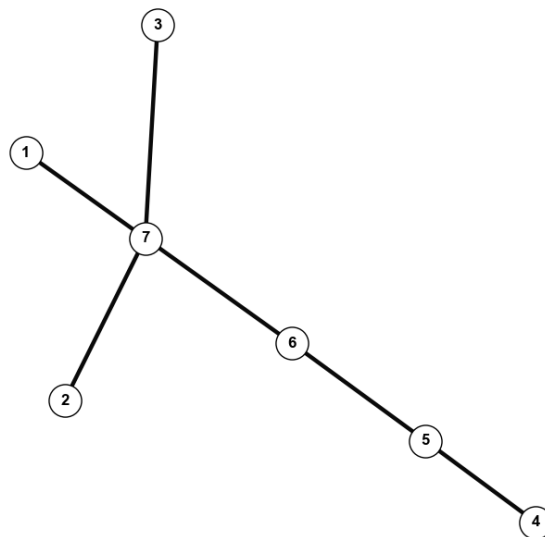


図 11 7個の頂点で構成される木グラフ

3 データ包絡分析法を用いたふるさと納税運用の分析

3.1 背景

ふるさと納税とは、出生した市町村など特別な思い出がある自治体に寄付をする制度である。この制度は、人口減少傾向にある自治体の税収を補助する意図で施策され、各自治体は地域の特産品を活用した財源の確保が可能となった。この制度を活用するために自治体は主にふるさと納税を取扱うポータルサイト上に、自治体情報や特産品（返礼品）の情報等を掲載し、寄付者はその情報を元に自分が寄付したい自治体や返礼品を選択する。寄付者は各自治体に寄付を行い、寄付の金額に応じた自治体からの返礼品が贈られる場合がある。また、ふるさと納税制度を利用して寄付を行った場合、当年度の所得税還付や翌年度の住民税控除も受けられるメリットがある。ふるさと納税を通して集められた寄付金は自治体ごとに指定している分野（医療、教育など）に対して使用される。

2008年に創設されて以来、ふるさと納税の受入額および受入件数は逡増傾向にあり、2018年度の実績は、寄付金額が約5,127億円、寄付件数が約2,322万件となった。制度開始時の2008年度と比較すると、寄付金額は約83倍、寄付件数は約432倍に増加している。その重要な一因は、2012年のポータルサイトの登場で、ふるさと納税の認知度を一気に上昇させ、利便性も飛躍的に向上させたことである。メディア等でもふるさと納税の話題が取り上げられるようになり、自治体間の返礼品競争が本格的に始まったといわれている。

昨今では、自治体側からメディアを利用した宣伝活動を行っている側面もあり、制度として受身になりがちな自治体側から積極的なアプローチに出ている場面も散見される。ふるさと納税の金額、件数の増加に伴い、参入自治体の数も増加したことで、各自治体の競争が激化していった[13]。全国から多数の寄付を集めている自治体では、返礼品をグレードアップし、地場産品ではない返礼品や寄付額の半額程度の返礼品を用意している自治体が多くなった。

先行研究では、高価な返礼品、大都市の減収や高所得者による過度の節税がふるさと納税制度の歪めるものとして、改善を進める必要性を示した[14]。さらに、地域経営[15][16]、地域活性化[17]、地域経済活性化[18]、財政[14][19]の様々な視点から事例を交え検証を行い、ふるさと納税の改善策を提示した。

返礼品競争の過熱に歯止めをかけるため、2019年6月からスタートしたふるさと納税の新制度では、自治体が返礼品を送付する場合に「調達額が3割以下の地場産品に限る」ことが義務になった[19][20]。この規制により、還元率が異常に高い返礼品が姿を消したが、自治体は規制の範囲内で、どのように取り扱う返礼品を見直して魅力的な返礼品を提供すればよいかという課題を抱えている。そのため、自治体はふるさと納税制度を採用している他自治体との位置関係を把握したうえで、返礼品やその提供業者の効率分析を行い、効率の低い返礼品に対して上位自治体の取り組みや効率の良い返礼品の特徴を参照し、取り扱っている返礼品を見直す必要がある。

そこで、本研究ではデータ包絡分析法（DEA: Data Envelopment Analysis）と呼ばれる手法を用いて返礼品の効率分析を試みる。

データ包絡分析法は人や組織だけでなく、作業や製品など多様な意思決定主体（DMU: Decision Making Unit）に対して効率性の評価を行う意思決定手法である。効率性を算出するにあたり、意思決定主体から得られる実績、特徴など複数の指標を用いて分析を行う。得られた指標は分析を行う際に入力と出力に分類する必要がある。この手法では入出力の比率尺度を効率性として相対比較を行うため、より小さい入力で大きい出力を得られることが効率的と判断される。

相対比較を行い、最も効率的な意思決定主体を目標として、入力指向、出力指向、無指向の視点から改善値を策定できる。入力指向の場合は、最も少ない入力で少なくとも観測されている出力を生産することを目的とする。出力指向の目標は、与えられた資源の範囲を出ずに、出力の生産を最大化することである。無指向は、指向性モデルの計算メカニズムとは異なり、過剰入力と不足出力のスラックで非効率性を説明される[21]。

本研究では、K市の協力を頂き、意思決定主体ごとに効率の分析と評価を行う。そして分析結果から、K市のふるさと納税の強みと弱みを特定し、効

率の高い自治体、業者と返礼品の特徴を抽出し参照し、効率の低い業者と返礼品の改善案を策定する。K市より提供されたデータ、総務省で公開されているデータ[22]、ふるさと納税ポータルサイト「ふるさとチョイス」に掲載されているデータ[23]を使用し、効率評価の対象となる意思決定主体を「自治体」、「業者」、「返礼品」に設定して分析を行う。

本章では、1節にてふるさと納税の仕組みと利用実態について述べる。2節では、データ包絡分析法に関する基礎を述べ、3節では自治体が抱える課題から自治体のデータと総務省が公開しているデータを用いて効率評価を行う視点について述べる。4節では、各視点における分析結果とその傾向を示し、改善策と指針を策定し示した。

3.2 データ包絡分析モデル

データ包絡分析法は Charnes et al. [24]によって提唱され、効率性の評価と改善に関する意思決定手法として用いられる。データ包絡分析法における入出力は利益などの金銭的な部分に限定せず、評価する効率性は入力と出力の重み付きの和の比率によって算出される。本来経理的に効率分析が困難である図書館などの非営利施設を例に挙げると、この場合は来館者数や敷地面積のような項目を入力指標とし、貸出カードの申請者数と貸出冊数などを出力指標として用いることも可能である。しかし、入力または出力の全ての指標が0となる意思決定主体が存在した場合に、分析の正確性が損なわれる。そのため、該当の意思決定主体を除外し、入力と出力の指標を再度選ぶ必要がある。

データ包絡分析法における規模の収穫(RTS: Returns to Scale)とは、DMUの規模の変化による効率性の変動のタイプを表すもので、増加型(Increasing)、一定型(Constant)、減少型(Decreasing)の3つに分類される。そのうち、増加型と減少型を可変型(Variable)とも呼ばれる。通常、規模の収穫は効率的フロンティア上の効率的DMUに関してタイプ分けされる。増加型は規模を拡大して効率性が良くなるDMUであり、一定型は最も生産的な規模で活動しており、現在の規模を維持して効率性が良いDMUである。減少型は規模を縮小して効率性が良くなるDMUである。

本研究では、規模の収穫一定(CRS: Constant Returns to Scale)と規模の収穫可変(VRS: Variable Returns to Scale)の包絡面における入力指向、出力指向、無指向の分析をそれぞれ行い、得られたDMUの効率値と改善値を比較する。CRSモデルとVRSモデルの両方を用いるのは、CRSモデルに適しているのかVRSモデルに適しているのか、後述の分析事例の各入力と出力指標のばらつきが大きいため、生産可能集合を一律に推定できないからである。さらに、CRS効率値とVRS効率値が両方とも100%となる場合は、最も生産的な規模(MPSS: Most Productive Scale Size)で活動していることになる。両方のモデルを用いてMPSSに該当するDMUを明らかにすることで、改善案の策定に際して参考にすることが可能となる。

データ包絡分析を行う際に、 n 個のDMUが存在するものとする。各DMUは、 m 個の異なる入力を用いて s 個の異なる出力を生産することとする。特

に DMU_j は, $X_j = \{x_{ij}\}$ の入力 ($i = 1, 2, \dots, m$) を使い, $Y_j = \{y_{rj}\}$ の出力 ($r = 1, 2, \dots, s$) を生産することとする. 出力の $s \times n$ 行列を Y , 入力 $m \times n$ 行列を X と表す.

表 1 モデル内で用いる変数表

変数	概要
n	評価対象の数
m	入力指標の数
s	出力指標の数
z_o, ρ_o	評価対象の目的関数値
X	$n \times m$ の入力行列
Y	$n \times s$ の出力行列
X_o	評価対象の入力行列
Y_o	評価対象の出力行列
θ	入力の減少比率
φ	出力の増加比率
ε	無限小正数
s^+, s^-	スラック変数
λ	比重

3.2.1 CCRモデル

Charnes et al. [24] による CCR (Charnes, Cooper and Rhodes) モデルの包絡面は, 規模の収穫が一定である. 以下は本研究の分析で用いる CCR 入力指向型及び出力指向型モデルを示す. $\vec{1} = (1, 1, \dots, 1)$ が行ベクトルであり, s^+, s^-, Y_o, X_o はすべて列ベクトルであり, ε は無限小正数である.

CCR 入力指向型モデル

$$\min_{\theta, \lambda, s^+, s^-} z_o = \theta - \varepsilon \cdot \vec{1} s^+ - \varepsilon \cdot \vec{1} s^-$$

$$s. t. \quad Y \lambda - s^+ = Y_o$$

$$\theta X_o - X\lambda - s^- = 0$$

$$\lambda, s^+, s^- \geq 0$$

CCR 出力指向型モデル

$$\max_{\phi, \lambda, s^+, s^-} z_o = \phi + \varepsilon \cdot \vec{1}s^+ + \varepsilon \cdot \vec{1}s^-$$

$$s. t. \quad \phi Y_o - Y\lambda + s^+ = 0$$

$$X\lambda + s^- = X_o$$

$$\lambda, s^+, s^- \geq 0$$

3.2.2 BCCモデル

BCC (Banker, Charnes and Cooper) モデルは, Banker et al. [25] により提案されたモデルであり, 特徴は規模の収穫が可変な包絡面を用いて意思決定主体の効率を評価する点である. 以下は BCC 入力指向型及び出力指向型モデルを示す.

BCC 入力指向型モデル

$$\min_{\theta, \lambda, s^+, s^-} z_o = \theta - \varepsilon \cdot \vec{1}s^+ - \varepsilon \cdot \vec{1}s^-$$

$$s. t. \quad Y\lambda - s^+ = Y_o$$

$$\theta X_o - X\lambda - s^- = 0$$

$$\vec{1}\lambda = 1$$

$$\lambda, s^+, s^- \geq 0$$

BCC 出力指向型モデル

$$\max_{\phi, \lambda, s^+, s^-} z_o = \phi + \varepsilon \cdot \vec{1}s^+ + \varepsilon \cdot \vec{1}s^-$$

$$s. t. \quad \phi Y_o - Y\lambda + s^+ = 0$$

$$X\lambda + s^- = X_o$$

$$\vec{1}\lambda = 1$$

$$\lambda, s^+, s^- \geq 0$$

3.2.3 SBMモデル

SBM (Slack-Based Measure) モデルは、各 DMU の効率値を過剰入力と不足出力を同時に考慮して算出するモデルであり、Tone [26]により提案された。

CRS-SBM 無指向型モデル

$$\begin{aligned} \min_{\lambda, s^+, s^-} \rho_o &= \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_i^- / x_{io}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s s_i^+ / y_{io}} \\ \text{s. t.} \quad & Y\lambda - s^+ = Y_o \\ & X\lambda + s^- = X_o \\ & \lambda, s^+, s^- \geq 0 \end{aligned}$$

VRS-SBM 無指向型モデル

$$\begin{aligned} \min_{\lambda, s^+, s^-} \rho_o &= \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_i^- / x_{io}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s s_i^+ / y_{io}} \\ \text{s. t.} \quad & Y\lambda - s^+ = Y_o \\ & X\lambda + s^- = X_o \\ & \vec{1}\lambda = 1 \\ & \lambda, s^+, s^- \geq 0 \end{aligned}$$

3.3 分析事例

本研究では、データ包絡分析法を適用する対象を表 2 に示した 3 種類の意思決定主体に着目し入出力の指標を定めた。CCR、BCC モデルでは入力指向と出力指向についてそれぞれ分析を行い、SBM モデルでは無指向の場合のみについて分析を行う。

分析に用いるデータは、K 市から提供されたデータ、総務省が公開しているデータ、ふるさと納税ポータルサイト「ふるさとチョイス」に掲載されているデータの計 3 つの組織のデータとなる。使用するデータの参照元と基本統計量は表 3 に示したとおりである。標準偏差値、最大値、最小値からみると、自治体、業者と返礼品ごとの注力の度合いと集金力はかなり大きな差がある。この要因として、それぞれ DMU の生産可能集合の特徴が異なり、CRS と VRS モデルを両方とも採用する一因となる。

返礼品数や寄付件数が莫大であるのに対して、K 市役所のふるさと納税担当者は数名しかいないため、ふるさと納税に関わる他の業務と並行してすべての業者と交渉し、返礼品一つ一つを見直し、ポータルサイトを更新することは不可能である。よって、効率分析を行い、改善が必要な業者や返礼品に優先順位をつけることは不可欠である。さらに、K 市に限定せず、優良自治体の取り組みも参照し改善案を策定すべきだと考え、自治体の効率分析も必要である。

表 2 DMU の入力と出力

DMU	入力	出力
自治体	返礼品数 (自)	寄付件数 (自)
	寄付金使途数 (自)	寄付金額 (自)
業者	返礼品数 (業)	寄付件数 (業)
	費用 (業)	寄付金額 (業)
返礼品	費用 (礼)	寄付件数 (礼)
		寄付金額 (礼)

表 3 分析に用いるデータの参照元と基本統計量

参照元	データ	平均値	標準偏差	最大値	最小値	データ数
K 市	費用（業）	3,747,636	17,056,943	115,174,920	3,056	45
	返礼品数（業）	11	17	111	1	45
	寄付件数（業）	1,163	5,657	38,391	1	45
	寄付金額（業）	13,410,200	57,216,911	383,910,000	13,000	45
	費用（礼）	355,788	5,113,520	111,390,000	1,400	474
	寄付件数（礼）	110	1,704	37,130	1	474
	寄付金額（礼）	1,273,034	17,046,402	371,300,000	5,000	474
総務省	寄付件数（自）	12,032	36,736	638,544	3	1,540
	寄付金額（自）	243,430,133	643,556,715	9,626,976,684	25,000	1,540
ふるさとチョイス	返礼品数（自）	146	153	1431	1	1,540
	寄付金使途数（自）	7	2	11	1	1,540

3.3.1 自治体の効率分析

自治体の効率分析では本稿執筆時点に公開されている最新データ（2018年）を用いる。入力に用いる指標は、ポータルサイト「ふるさとチョイス」に登録されている各自治体の「返礼品数（自）」と「寄付金使途数（自）」とし、出力に用いる指標は総務省に掲載されている各自治体の「寄付件数（自）」と「寄付金額（自）」とする（表 2）。この分析で使用している返礼品は「ふるさとチョイス」に掲載されているものに限定し、各自治体の全返礼品の一部となる。寄付金使途数は、ふるさと納税を通して得た寄付金を活用する分野の数である。寄付者は、寄付を行う際に寄付金を活用して欲しい特定の分野を選択することが可能である。

入力指向の分析によって、自治体を用意した返礼品のバラエティと寄付金を用いて支援する分野の広範さに対して効率的な寄付を得ることが出来るかを確認できる。効率値が低い自治体は返礼品数または寄付金使途数をどれだけ減少させると最も効率的な自治体の運用に近づけるかを明らかにできる。返礼品数と寄付金使途数が極めて多い自治体では、寄付者が寄付を行う際に代表的な地元返礼品を判別できないこと、または寄付金使途を選択する煩雑さで機会損失が発生する可能性がある。そのため、それぞれの入力指標を削減することで機会損失を抑えることができる。

出力指向の分析では、現在の返礼品数と寄付金使途数を出ずに出力である寄付件数と寄付金額をどれだけ増やすと効率的になるかを示す。そして、無指向の分析では自治体の過剰な返礼品数や寄付金使途数、不足な寄付件数や寄付金額のスラックを同時に算出して効率的になるような改善値が提示される。

3.3.2 業者の効率分析

業者の効率分析では、2019年のデータを利用し、K市の視点から各業者に対する効率性の評価を行う。入力に用いる指標は、「返礼品数（業）」と「費用（業）」とし、出力に用いる項目は「寄付件数（業）」と「寄付金額（業）」とする（表2）。入力に用いる費用は、寄付が発生した返礼品に対してK市から各業者に支払われる費用を指す。

入力指向の分析では、返礼品の仕入や郵送などにかかる自治体が負担する費用と積極的に募った返礼品の数に対して効率的に寄付を得られるか判明する。返礼品数が多いが、あまり寄付金が集まらない業者に対して、返礼品ラインアップを見直す必要性が出てくる。業者に支払う費用に関して、改善が必要である場合は返礼品ラインアップと併せて検討し、仕入費用や郵送方式などについて交渉した方がよい。

出力指向の分析では、現在の返礼品数と費用を上回らずに出力である寄付件数と寄付金額をどれだけ増やすと効率的になるかを示している。そして、無指向の分析では業者の過剰な返礼品数や費用、不足な寄付件数や寄付金額のスラックを同時に算出して効率的になるような改善値が提示される。

3.3.3 返礼品の効率分析

返礼品の効率分析では、2019年の定期便を除いたデータを用いてK市のすべての返礼品に対して効率性の評価を行う。返礼品のラインアップに定期便と呼ばれる一度の寄付で定期的に届ける返礼品がある。定期便については一回のみ届ける同種返礼品がほとんどあり、他の返礼品のデータとの同質性を確保するため、これを除外して分析する。入力に用いる指標は各返礼品の「費用（礼）」とし、出力に用いる指標は「寄付件数（礼）」と「寄付金額（礼）」

とする（表2）。入力に用いる費用は、寄付が発生した返礼品に対してK市が支払う返礼品代金を指す。

入力指向の分析では、寄付金が集まらない返礼品の費用をどれだけ下げると効率的になるか判明する。そして、費用の目標値との差額は当該業者と交渉できる余地を示している。出力指向の分析では、現在の費用を上回らず、出力である寄付件数と寄付金額をどれだけ増やすと効率的になるかを示している。増やす戦略としてはポータルサイトにおける返礼品の紹介文の見直しやリピーターの獲得などが考えられる。そして、無指向の分析では返礼品の過剰な費用、不足している寄付件数や寄付金額の Slack を同時に算出して効率的になるような目標値を明らかにする。

3.3.4 計算環境

分析を行うにあたり、Performance Improvement Management Ltdが開発したPIM-DEAと呼ばれるソフトウェアを利用した。ソフトウェアを使用した計算機の詳細は、以下の通りである。

CPU：インテルCore m3-7y30プロセッサー

メモリ：8GB

OS：Windows 10 Pro 64ビット

製造元：パナソニック株式会社

3.4 分析結果

各意思決定主体の分析では、それぞれの最新年度のデータを使用して入力・出力指向型 CCR モデル及び BCC モデル、無指向型 SBM モデルを用いて分析を行う。また、自治体の視点から効率分析を行うに際し、出力として用いる寄付件数と寄付金額は自治体側が制御できる指標ではない。そのため、原則として出力指向と無指向モデルで算出した出力の改善値は、自治体がふるさと納税を運用する際に、返礼品に関するアピールの強化やリピーター獲得などの戦略策定の参照値となる。

3.4.1 自治体の分析結果

2018 年のデータを用いて分析した都道府県別の平均効率値を図 12～図 17 に示す。CRS のモデルと VRS の出力指向型モデルの結果によると、佐賀県、福岡県、宮崎県の平均効率値が Top3 に入る。これは全国でも人気の佐賀牛、あまおう、宮崎牛などの地元名産品の貢献が大きいと考えられる。VRS の入力と無指向型モデルの結果によると、福島県の平均効率が一番高い。その原因は被災地支援の目的で寄付している人が多いためだと推測できる。なお、どのモデルにおいても、合計効率値が一番高いのは参入自治体が一番多く、豊かで良質な農林水産物を持つ北海道である。

次に、全モデル共通で効率値が 100%となる MPSS 自治体と K 市を抜粋して分析結果より考察する。表 4 はそれぞれの自治体の入力と出力の値の一覧である。表 5 と表 6 は CRS モデル、表 7 と表 8 は VRS モデルにおける各指向について分析された結果である。CRS モデルにおいて、K 市の参照集合は大阪府熊取町及び宮崎県都農町となる。VRS モデルにおいて、その参照集合は大阪府熊取町、福岡県赤村、宮崎県都農町になる。

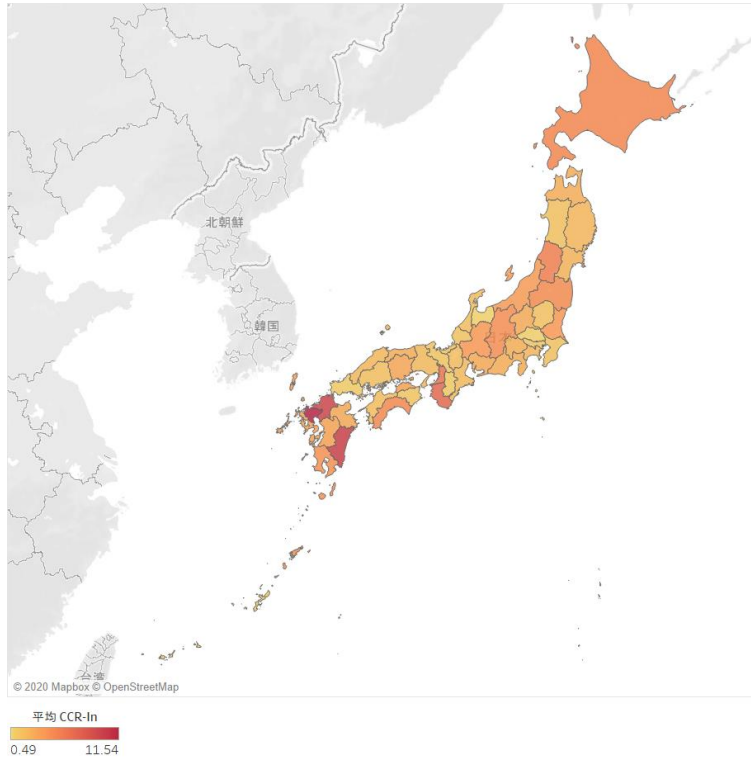


図 12 CCR モデル入力指向効率分布 (単位：%)

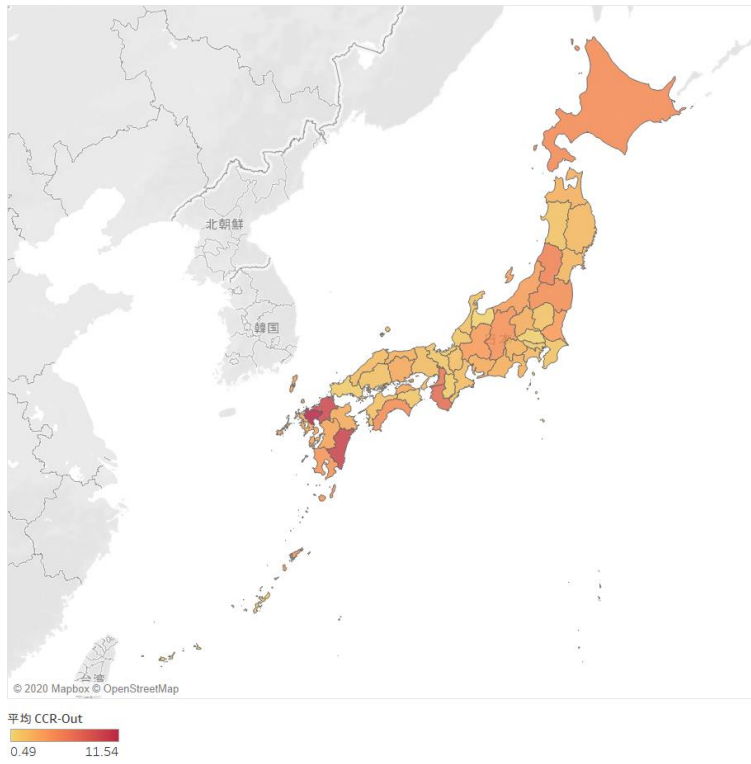


図 13 CCR モデル出力指向効率分布 (単位：%)

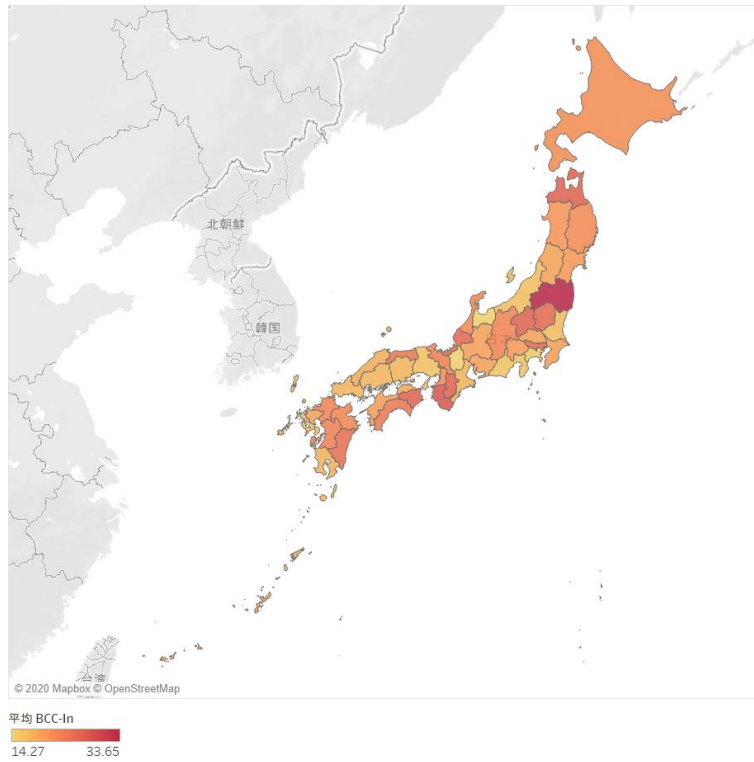


図 14 BCC モデル入力指向効率分布 (単位：%)

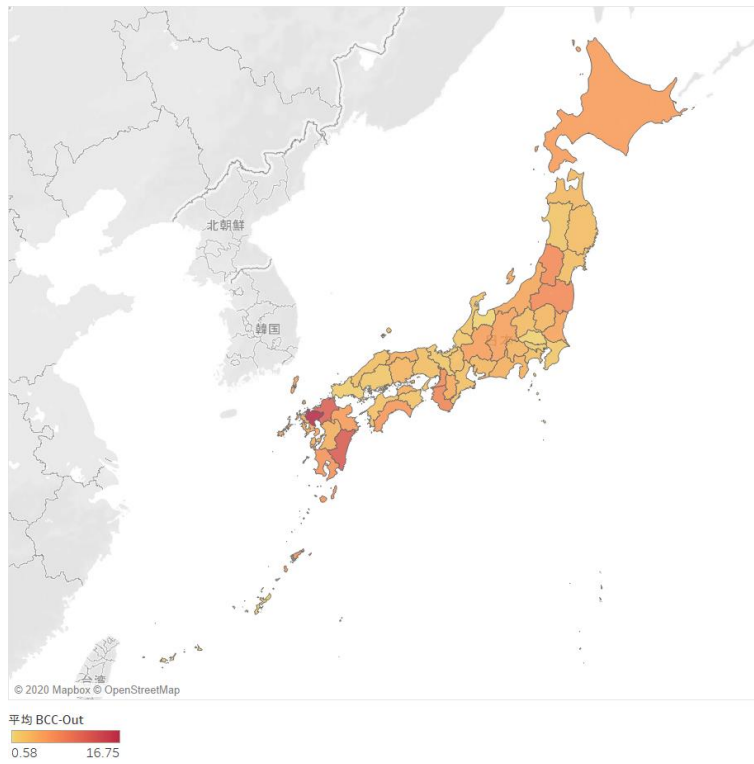


図 15 BCC モデル出力指向効率分布 (単位：%)

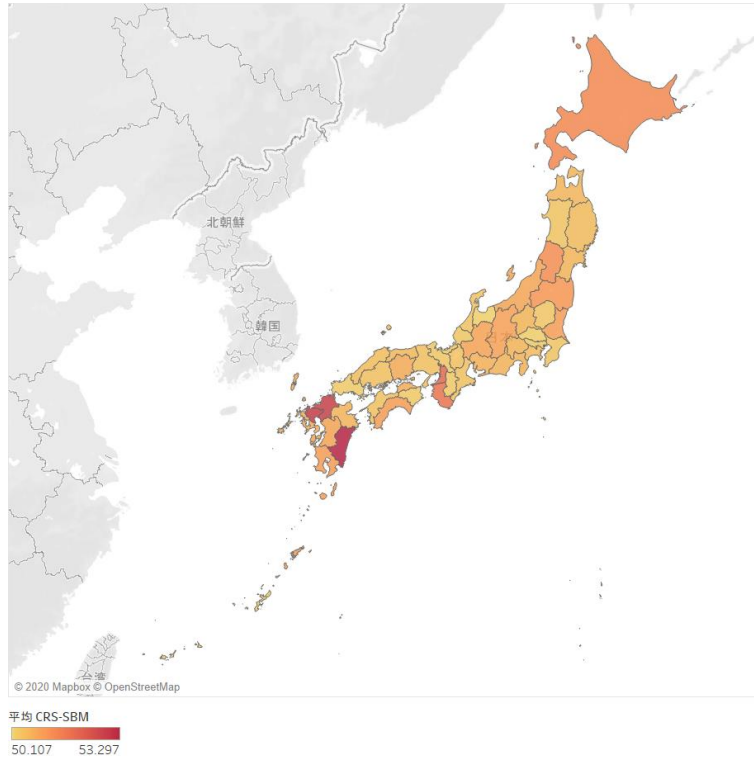


図 16 CRS-SBM モデル効率分布 (単位：%)

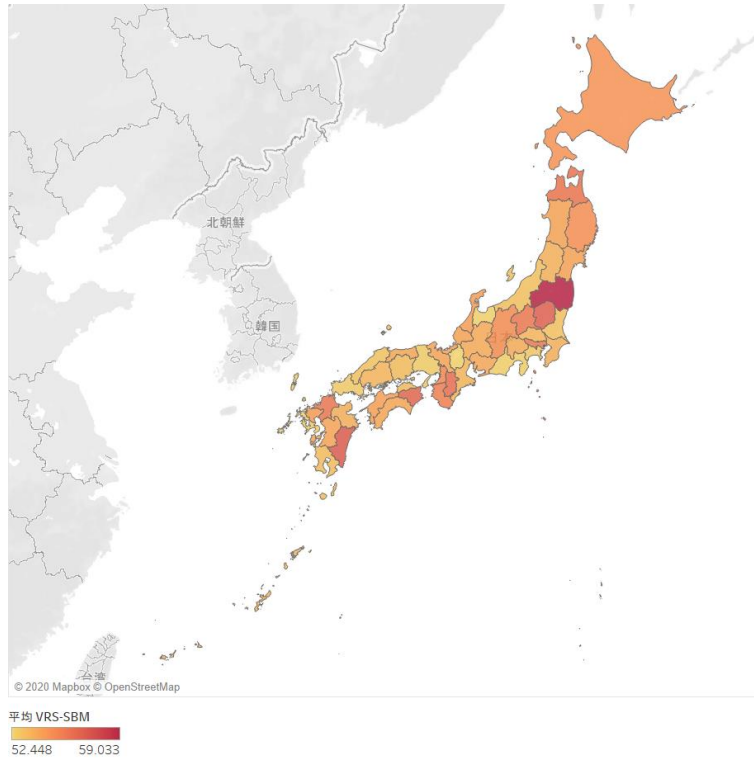


図 17 VRS-SBM モデル効率分布 (単位：%)

入力指向の場合に、返礼品数の改善値は効率値 100%以下の自治体が返礼品数をどれだけ減らせば効率値が 100%となるかを示す。返礼品数が多過ぎた場合、寄付者の需要に合った返礼品の存在に気づかないなどの機会損失が発生する可能性もある。例えば、K市と比べると、大阪府熊取町の雑貨・日用品、福岡県赤村と宮崎県都農町の精肉のような自治体別の柱となる返礼品種類がある。寄付金使途数に対する改善値は、現在展開している支援プロジェクトについて寄付者にアピールできていないことを示している。また、寄付者は寄付金使途に対する関心が低く、返礼品中心で寄付を行っている現状も反映されている。改善値を忠実に再現する必要は無く、どの程度の入力指標を削減すればよいかの参考値として位置づけた方がよい。

現在のK市は投入した資源に対し満足な効果が得られていない。CCRモデルの入力指向効率値はわずか 9.22%であり、BCCモデルの効率値は 25%である。表5と表6の結果より、返礼品数の削減に係わる改善値が大きいことから、ふるさと納税の運用において、返礼品ラインアップを見直すべきだという方針が明らかになった。

出力指向型モデルの分析では、現在の入力に対して効率的な状態になるために出力の寄付件数と寄付金額をどれだけ増やせばよいか、目標となる値が提示される。表5と表7に記載されている出力指向モデルの改善値から分かるように、効率 100%の自治体と比べ、K市は返礼品のブランディング化やアピール不足などの原因で、現在の入力に対して効率的な寄付には繋がっていない。

無指向型モデルにおける改善値は、入力の過剰と出力の不足を両方示している。寄付件数と寄付金額の改善値は出力指向型モデルで算出した値を大幅に下回っているが、依然高い値である。現在「ふるさとチョイス」で 400 件以上の返礼品を展開しているK市の視点から、返礼品の取り扱いについて検討し、寄付を促進する必要性があると明らかになった。

表 4 効率 100%の自治体と K 市の入力と出力（全モデル共通）

意思決定主体	入力		出力	
	返礼品数	寄付金使途数	寄付件数	寄付金額
北海道 八雲町	24	9	316,739	3,681,122,000
大阪府 熊取町	165	2	68,386	7,640,427,012
福岡県 赤村	27	1	84,360	972,173,324
宮崎県 都農町	232	4	585,450	9,626,976,684
K 市	422	4	49,095	948,777,500

表 5 効率 100%の自治体と K 市の改善値（CRS）

意思決定主体	入力効率値	出力効率値	入力指向（CCR）		出力指向（CCR）	
			返礼品数改善値	寄付金使途数改善値	寄付件数改善値	寄付金額改善値
北海道 八雲町	100%	100%	0	0	0	0
大阪府 熊取町	100%	100%	0	0	0	0
福岡県 赤村	100%	100%	0	0	0	0
宮崎県 都農町	100%	100%	0	0	0	0
K 市	9.22%	9.22%	-399.55	-3.63	483,513.5 9	9,344,063,88 6

表 6 効率 100%の自治体と K 市の改善値（CRS-SBM）

意思決定主体	無指向効率値	無指向（SBM）			寄付金額改善値
		返礼品数改善値	寄付金使途数改善値	寄付件数改善値	
北海道 八雲町	100%	0	0	0	0
大阪府 熊取町	100%	0	0	0	0
福岡県 赤村	100%	0	0	0	0
宮崎県 都農町	100%	0	0	0	0
K 市	51.89%	-320.64	-3.32	40,807.9	788,626,412.6

表 7 効率 100%の自治体と K 市の改善値 (VRS)

意思決定主体	入力効率値	出力効率値	入力指向 (BCC)		出力指向 (BCC)	
			返礼品数改善値	寄付金使途数改善値	寄付件数改善値	寄付金額改善値
北海道 八雲町	100%	100%	0	0	0	0
大阪府 熊取町	100%	100%	0	0	0	0
福岡県 赤村	100%	100%	0	0	0	0
宮崎県 都農町	100%	100%	0	0	0	0
K 市	25%	9.86%	-395	-3	536,355	8,678,199,184

表 8 効率 100%の自治体と K 市の改善値 (VRS-SBM)

意思決定主体	無指向 効率値	無指向 (SBM)			
		返礼品数改善値	寄付金使途数改善値	寄付件数改善値	寄付金額改善値
北海道 八雲町	100%	0	0	0	0
大阪府 熊取町	100%	0	0	0	0
福岡県 赤村	100%	0	0	0	0
宮崎県 都農町	100%	0	0	0	0
K 市	54.24%	-229.56	-2.89	35,526.54	686,562,384.7

3.4.2 業者の分析結果

業者の効率分析では、K 市に返礼品を提供する各業者における返礼品数と費用を入力とし、得られた寄付件数と寄付金額を出力とし効率について分析を行う。入力指向の分析では、効率値が低い場合に返礼品のラインアップが寄付者側の需要とマッチングできていない、もしくは業者に支払う代金に対して寄付率が低いことを意味する。

本分析では、効率値の Top5 業者 (MPSS 業者) と Bottom5 業者について、各指向とモデルにおいてその順位が 1~2 位しか変動しないため統合して分析結果の傾向をまとめる。各業者について、効率を高めるために入力を減らす、または出力を増やす必要がある。入力の削減について、返礼品に掛かる費用の見直しと寄付が集まらない返礼品をラインアップから削除することが考え

られる。制御できない出力の改善について、効率値の高い業者の共通特徴について抽出を行い、出力の改善に繋がる提案を策定する。

効率値が Top5 と Bottom5 の業者が提供している返礼品の概要について表 9 に示す。表 10 と表 11 は CRS モデル、表 12 と表 13 は VRS モデルにおける各指向について分析された結果である。

Top5 の業者の返礼品は主に地元の人気特産品であり、付加価値を持つ名称が記載されている（例：あまおう、国産、博多和牛など）。効率値が Bottom5 の業者の参照集合にはすべて業者 30 が含まれる。それらの業者の返礼品は、現地参加型いちご狩り参加券、ゴルフ用品などが挙げられている。このような娯楽式返礼品を狙う寄付者は限られているため、ファミレスやゴルフ場などと連携し、広報を強化する必要性がある。鶏卵・米などの農産品を返礼品として提供している業者は異なる収入層に対して異なる寄付額の返礼品を用意した。それにもかかわらず効率値が低い要因として、味や食感へのこだわりがある寄付者は、K 市あるいは他自治体が提供している同じ容量のよりブランドとしての知名度が高く、栄養価値の詳細紹介がある返礼品へ寄付するためだと考えられる。この場合に、業者と共に同種類の返礼品の市場調査を行い、ポータルサイトの写真や文案を工夫し、費用と寄付額についても可能な限り見直すべきである。

近年、ペットボトル飲料の消費が進み、茶葉の需要は減少傾向にある。茶葉を返礼品として提供している業者は、ふるさと納税以外にほとんどオンラインの宣伝を行っていないため、贈答品を狙う寄付者はより知名度が高い茶葉類の返礼品へ寄付する傾向がある。また、同業者はふるさと納税ポータルサイトの返礼品紹介文も工夫する必要がある。

効率値が低い業者が提供している返礼品には付加価値を連想させる名称が入っていないことが共通点として挙げられる。これを踏まえ、このような業者に対して返礼品に関する詳細な情報の聞き取りを行い、ポータルサイトの紹介文に品種名、産地など付加価値を連想させる記載を加えることを提案する。

表 9 効率値 Top5 と Bottom5 の業者の入力と出力

効率値順位	意思決定主体	返礼品概要	入力		出力	
			費用	返礼品数	寄付件数	寄付金額
Top5	業者 1	果物	115,174,920	7	38,391	383,910,000
	業者 9	精肉加工品	2,376,825	6	803	9,068,000
	業者 15	冷凍果物	674,592	4	234	2,862,000
	業者 18	精肉加工品	427,502	2	59	1,811,000
	業者 30	鶏卵	75,000	1	50	350,000
Bottom5	業者 40	鶏卵	36,919	3	17	153,000
	業者 34	精米	66,570	4	22	243,000
	業者 26	イチゴ狩り参加券	147,388	5	42	536,000
	業者 31	ゴルフ用具	100,000	2	24	225,000
	業者 38	茶葉	61,020	6	23	191,000

表 10 効率値 Top5 と Bottom5 の業者の改善値 (CRS)

意思決定主体	入力効率値	出力効率値	入力指向 (CCR)		出力指向 (CCR)	
			費用改善値	返礼品数改善値	寄付件数改善値	寄付金額改善値
業者 1	100%	100%	0	0	0	0
業者 9	100%	100%	0	0	0	0
業者 15	100%	100%	0	0	0	0
業者 18	100%	100%	0	0	0	0
業者 30	100%	100%	0	0	0	0
業者 40	88.8%	88.8%	-4,133.29	-2.56	7.61	19,288.67
業者 34	78.22%	78.22%	-14,498.57	-3.31	22.38	67,660
業者 26	77.93%	77.93%	-32,530.86	-3.47	56.26	151,810.67
業者 31	72%	72%	-28,000	-1.04	42.67	130,666.67
業者 38	67.07%	67.07%	-20,091.43	-5.45	17.68	93,760

表 11 効率値 Top5 と Bottom5 の業者の改善値 (CRS-SBM)

意思決定主体	無指向 効率値	無指向 (SBM)			
		費用 改善値	返礼品数 改善値	寄付件数改善値	寄付金額 改善値
業者 1	100%	0	0	0	0
業者 9	100%	0	0	0	0
業者 15	100%	0	0	0	0
業者 18	100%	0	0	0	0
業者 30	100%	0	0	0	0
業者 40	67.43%	-2,189.19	-2.18	6.15	9,072.45
業者 34	65.42%	-8,135.18	-2.24	16.96	29,695.81
業者 26	66.78%	-18,283.11	-2.04	44.07	66,489.47
業者 31	66.4%	-16,279.07	-0.23	31.81	54,697.67
業者 38	61.76%	-12,025.46	-2.98	9.66	37,641.16

表 12 効率値 Top5 と Bottom5 の業者の改善値 (VRS)

意思決定主体	入力効率値	出力効率値	入力指向 (BCC)		出力指向 (BCC)	
			費用 改善値	返礼品数 改善値	寄付件数 改善値	寄付金額 改善値
業者 1	100%	100%	0	0	0	0
業者 9	100%	100%	0	0	0	0
業者 15	100%	100%	0	0	0	0
業者 18	100%	100%	0	0	0	0
業者 30	100%	100%	0	0	0	0
業者 40	89.19%	89.12%	-3,989.17	-2	23.31	171,679.88
業者 34	79.69%	80.34%	-14,420.29	-3	44.09	310,525.23
業者 26	78.34%	78.25%	-29,934.95	-3.54	71.65	667,154.31
業者 31	72.01%	73.12%	-27,989.76	-1	57.48	459,532.76
業者 38	67.26%	67.13%	-19,975.11	-5	40.2	284,536.51

表 13 効率値 Top5 と Bottom5 の業者の改善値 (VRS-SBM)

意思決定主体	無指向 効率値	無指向 (SBM)			
		費用 改善値	返礼品数 改善値	寄付件数改善値	寄付金額 改善値
業者 1	100%	0	0	0	0
業者 9	100%	0	0	0	0
業者 15	100%	0	0	0	0
業者 18	100%	0	0	0	0
業者 30	100%	0	0	0	0
業者 40	72.08%	-2,116.25	-1.66	4.83	8,770.2
業者 34	67.54%	-8,103.4	-2.03	16.41	29,579.8
業者 26	67.42%	-16,357.54	-2.28	24.76	59,486.82
業者 31	71.95%	-15,957.6	-0.26	28.7	53,617.55
業者 38	63.28%	-11,972.25	-2.65	8.81	37,474.6

3.4.3 返礼品の分析結果

返礼品の効率分析では、返礼品ごとの効率値を算出し、より詳細な考察を行う。返礼品ごとに掛かる費用を入力とし、得られた寄付件数と寄付金額を出力として効率評価を行う。CRS の効率値が VRS の効率値を上回ることがないため、本稿では、VRS モデルにおける効率値が 100%となる 13 件の返礼品を抽出し(表 14)、CRS モデルにおける改善値について一覧にまとめた(表 15, 表 16)。効率値の低い返礼品については、全モデルにおいてランキングの変動があまりないため、一番効率値が低い 12 件の返礼品を抽出し(表 17)、同様に CRS モデルにおける改善値について一覧にまとめた(表 18, 表 19)。

意思決定主体が返礼品である入力指向の分析では、効率値の高低は各返礼品に掛かる費用に対する寄付率を反映する。このことから、効率値の低い返礼品に対して K 市へ提案できる内容として、容量や寄付額の見直し、業者との費用交渉、郵送方式の最適化(例:まとめ郵送)による費用の削減などが主に挙げられる。効率値が低く改善が現実的に見込めない返礼品については、ラインアップから削減することも選択肢として考えられる。出力指向の改善値では、各返礼品に支払っている費用に対してどの程度の寄付を集めれば理想的になるかを示している。

効率値が高い返礼品の特徴として加工済みの食品と調味料が大半を占めて

おり、最も寄付金が集まる「あまおう」(返礼品 26) 以外は調達費用が寄付額の 2 割台にとどまる。旬の時期に発送される「あまおう」は人気だが、クール便郵送が必要なので調達費用が高くなる。効率値が低い返礼品の寄付額が 1 万円～4 万円の間にはばらつき、調達費用はすべて寄付額の 3 割を占める。寄付件数によると、類似した食料品や果物類の返礼品に対し、一般的に寄付者はブランドとして印象が強いもの以外に、1 万円以下の寄付金である一定以上の満足度を得られる返礼品を狙う心理を推測できる。一方、そのブランドの知名度故に K 市が交渉の劣位にあり、調達費用に影響を及ぼす可能性もある。そのため、CCR モデルでは効率値が低い結果となっている。

これらのことを踏まえ、効率値が低い返礼品に関して返礼品の容量や寄付額の見直し、返礼品の調達費用について提供業者と交渉すること、そして送料などの返礼品以外の費用の最適化を行うことを K 市へ提案する。

表 14 効率値 Top13 の返礼品の入力と出力 (VRS 効率値 100%)

意思決定主体	返礼品概要	出力		
		入力費用	寄付件数	寄付金額
返礼品 177	調味料	9,405	9	45,000
返礼品 186	精肉加工品	221,400	123	1,107,000
返礼品 384	精肉加工品	16,000	8	80,000
返礼品 389	精肉加工品	6,200	5	30,000
返礼品 76	加工食品	3,149	1	15,000
返礼品 349	調味料	24,200	22	110,000
返礼品 387	精肉加工品	65,000	50	300,000
返礼品 43	調味料	600,600	273	2,730,000
返礼品 140	調味料	1,400	1	6,000
返礼品 142	洋菓子	303,600	184	1,288,000
返礼品 452	木製家具	1,617,651	243	6,804,000
返礼品 278	和菓子	1,400	1	5,000
返礼品 26	果物	111,390,000	37,130	371,300,000

表 15 効率値 Top13 の返礼品の改善値 (CRS)

意思決定主体	入力効率値	出力効率値	入力指向 (CCR)		出力指向 (CCR)	
			費用改善値	寄付件数改善値	寄付金額改善値	
返礼品 177	100%	100%	0	0	0	
返礼品 186	100%	100%	0	0	0	
返礼品 384	100%	100%	0	0.89	0	
返礼品 389	99.5%	99.5%	-31.25	0.03	151.98	
返礼品 76	95.27%	95.27%	-149	0.75	745	
返礼品 349	95%	95%	-1,210	1.16	5,789.47	
返礼品 387	94.9%	94.9%	-3,312.5	2.68	16,109.42	
返礼品 43	90.91%	90.91%	-54,600	60.67	273,000	
返礼品 140	88.13%	88.12%	-166.25	0.13	808.51	
返礼品 142	86.21%	86.21%	-41,860	29.43	205,989.46	
返礼品 452	84.12%	84.12%	-256,851	655.7	1,284,255	
返礼品 278	74.64%	74.64%	-355	0.34	1,698.56	
返礼品 26	66.67%	66.67%	-37,130,000	24,753.33	185,650,000	

表 16 効率値 Top13 の返礼品の改善値 (CRS-SBM)

意思決定主体	無指向効率値	無指向 (SBM)		
		費用改善値	寄付件数改善値	寄付金額改善値
返礼品 177	100%	0	0	0
返礼品 186	100%	0	0	0
返礼品 384	100%	0	0.89	0
返礼品 389	99.75%	-15.66	0.01	75.8
返礼品 76	97.69%	-76.31	0.71	363.47
返礼品 349	97.56%	-620.51	0.56	2,820.51
返礼品 387	97.52%	-1,699.56	1.31	7,844.1
返礼品 43	95.65%	-28,600	44.78	130,000
返礼品 140	94.4%	-88.37	0.06	378.74
返礼品 142	93.55%	-22,479.74	13.62	95,368.59
返礼品 452	92.64%	-139,500.46	578.19	586,752.71
返礼品 278	88.75%	-203.27	0.15	725.97
返礼品 26	85.71%	-22,278,000	12,376.67	74,260,000

表 17 効率値 Bottom12 の返礼品の入力と出力（全モデル共通）

意思決定主体	返礼品概要	入力	出力	
		費用	寄付件数	寄付金額
返礼品 445	洋菓子	9,810	3	30,000
返礼品 23	果物加工品	9,720	3	30,000
返礼品 25	果物	9,720	3	30,000
返礼品 28	果物	6,480	2	20,000
返礼品 138	茶葉	16,200	5	50,000
返礼品 139	茶葉	3,240	1	10,000
返礼品 150	茶葉	6,480	2	20,000
返礼品 153	加工食品	50,544	13	156,000
返礼品 297	精肉食品	6,156	1	19,000
返礼品 298	精肉食品	11,340	1	35,000
返礼品 443	茶葉	3,240	1	10,000
返礼品 132	水産加工品	3,219	1	10,000

表 18 効率値 Bottom12 の返礼品の改善値（CRS）

意思決定主体	入力効率値	出力効率値	入力指向（CCR）	出力指向（CCR）	
			費用改善値	寄付件数改善値	寄付金額改善値
返礼品 445	61.16%	61.16%	-3,810	2.45	19,050
返礼品 23	61.73%	61.73%	-3,720	2.4	18,600
返礼品 25	61.73%	61.73%	-3,720	2.4	18,600
返礼品 28	61.73%	61.73%	-2,480	1.6	12,400
返礼品 138	61.73%	61.73%	-6,200	4	31,000
返礼品 139	61.73%	61.73%	-1,240	0.8	6,200
返礼品 150	61.73%	61.73%	-2,480	1.6	12,400
返礼品 153	61.73%	61.73%	-19,344	15.08	96,720
返礼品 297	61.73%	61.73%	-2,356	2.42	11,780
返礼品 298	61.73%	61.73%	-4,340	5.3	21,700
返礼品 443	61.73%	61.73%	-1,240	0.8	6,200
返礼品 132	62.13%	62.13%	-1,219	0.79	6,095

表 19 効率値 Bottom12 の返礼品の改善値 (CRS-SBM)

意思決定主体	無指向 効率値	無指向 (SBM)		
		費用 改善値	寄付件数 改善値	寄付金額 改善値
返礼品 445	83.74%	-2,364.08	1.14	7,229.6
返礼品 23	83.94%	-2,300.15	1.12	7,099.24
返礼品 25	83.94%	-2,300.15	1.12	7,099.24
返礼品 28	83.94%	-1,533.44	0.75	4,732.82
返礼品 138	83.94%	-3,833.59	1.87	11,832.06
返礼品 139	83.94%	-766.72	0.37	2,366.41
返礼品 150	83.94%	-1,533.44	0.75	4,732.82
返礼品 153	83.94%	-11,960.79	8.44	36,916.03
返礼品 297	83.94%	-1,456.76	1.61	4,496.18
返礼品 298	83.94%	-2,683.51	3.81	8,282.44
返礼品 443	83.94%	-766.72	0.37	2,366.41
返礼品 132	84.08%	-751.86	0.37	2,335.7

3.4.4 返礼品－業者間のクロス分析

これまで、各意思決定主体について効率分析と評価を行い効率改善と寄付増加に繋がる提案を行ってきた。クロス分析では、返礼品と業者の効率値で散布図を生成し、各象限にラベル付けを行い業者と返礼品間の特徴を抽出する。この分析によって、返礼品のラインアップに対して改善の余地がある業者・返礼品について明らかにする。返礼品と業者の双方が高効率である場合に、その特徴は同業者が提供している効率の低い返礼品に対して改善を行う判断材料となる。一方、返礼品と業者の双方が低効率である場合に、その業者と相談し、対象となる返礼品について改善を施す、もしくはラインアップからの削除などを検討すべきである。

本分析では、代表的な業者と返礼品を洗い出すため、プロットエリアにおける(90,90)の点を基準として四象限に分割し改善の方針を示す(図18～図22)。

CCRモデルでは、入力指向と出力指向の効率値に変化が見られなかったため1つの散布図に統合する。赤の点は、第一象限に分類される高効率な業者とその返礼品である。黒の点は、第三象限に分類される低効率な業者とその返礼品である。各モデルにおいてそれぞれの象限に入るサンプル数を下記の

表 19 に示す。

CCR と BCC モデルの第一象限にある効率値が高い業者と返礼品は、他の象限にある業者か返礼品の改善に際しての参考となる。第二象限に出現しているサンプルが一番多いが、返礼品を提供する業者が限定されていることを視覚的に把握できる。第三象限にある業者と返礼品は、翌年度ふるさと納税におけるラインアップを見直す際に、優先して改善について吟味すべき対象である。

CRS-SBM と VRS-SBM モデルの第二象限にある高効率な業者と比較的に低効率な返礼品の組み合わせに対しては、効率の高い類似した返礼品の文案などを参照し、担当者が余裕のある際に、順次修正を施すべき対象である。また、これから数年間の寄付状況を確認し、改善の傾向が見られない場合に、ラインアップから削除することも考えられる。第四象限に出現している業者は、一部の返礼品の寄付が極めて少ないことが業者として効率値が下がっている原因だと考えられる。そのため、業者が提供している返礼品の中で寄付が集まらないものはラインアップから取り除き、寄付件数が多い他の返礼品が目につきやすいようにポータルサイトを整理すべきである。

表 20 返礼品－業者クロス分析のサンプル分布

モデル	一象限	二象限	三象限	四象限
CCR-IN	45	402	27	0
CCR-OUT	45	402	27	0
BCC-IN	98	356	20	0
BCC-OUT	96	358	20	0
CRS-SBM	115	20	42	297
VRS-SBM	228	20	24	202

CCRとBCCモデル（図18～図20）の第一象限に属する返礼品は、表13で挙げられた加工食品、精肉加工品、調味料、果物、和菓子、木製家具の他に酒類、卵、和牛、ジュース、クリスマスケーキが挙げられた。新規に挙げられた返礼品の費用は一点を除きすべて寄付金額の24%以下となる。その例外の一点は非常に人気の酒類であり、約1000万円の寄付金を集めた。そして、卵が高い人気を博す理由としては、その業者の知名度や広告力との関係が強いためだと考えられる。和牛とジュースの返礼品名称はいずれも付加価値を持つキーワードが入っており、検索でヒットしやすい。最後に、クリスマスケーキが挙げられたのは、年末に駆け込んで寄付をする人が多いからと推測される。

第三象限に属する返礼品は、表16で挙げられた茶葉、精米、現地参加型いちご狩りチケット、ゴルフ用品の他に柑橘類の果物と赤玉が新規に挙げられた。柑橘類の果物の効率値が低い要因として、一度の寄付で大量（例：10kg）に届き、賞味期限が短いため需要が低下する可能性などが考えられる。また、栽培方法について記載することで付加価値を追加しているが品種名の効果に届かず寄付が伸び悩んでいる可能性が挙げられる。この場合に他の同種返礼品と比べ、香りや甘みなどの特有益性を名称や紹介文にアピールすべきである。赤玉の効率値が低いのは、費用が寄付額の30%となり、他の知名度が高い業者からすでに同種同量の返礼品を出しているからである。もし他業者と競争させる場合、合理的な範囲で業者と費用の削減について交渉することが望ましい。また、二種類の卵の養殖方法や栄養価値の区別についてもポータルサイトにて強調すべきである。

SBMモデルの第二象限に属する返礼品は、加工食品、和牛、調味料、果物、和菓子、木製家具と挙げられる。返礼品の費用はいずれも寄付額の25%~32%に入る。なお、ここに挙げた返礼品はすべて同業者から同種でより魅力的なものを出しているため、効率値が低くなっている。この場合における「魅力」は、「単位当たりの寄付額が低い」、または「同じ寄付額でより使いやすい」などを指している。このような返礼品に対して、今後の寄付状況によって、ラインアップから取り除くことも考えられる。

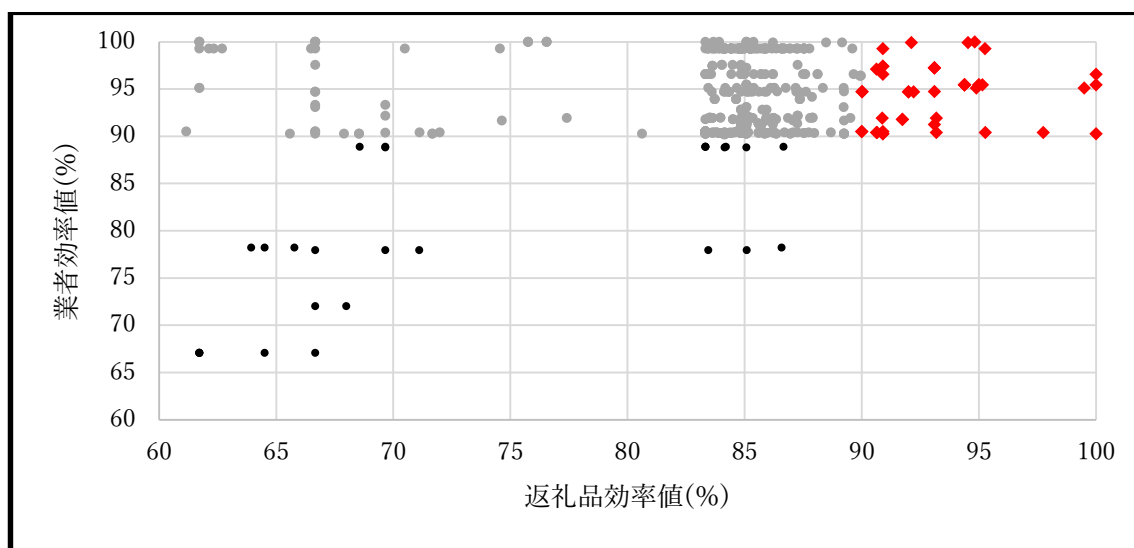


図 18 返礼品－業者間の効率散布図 (CCR-Input, CCR-Output)

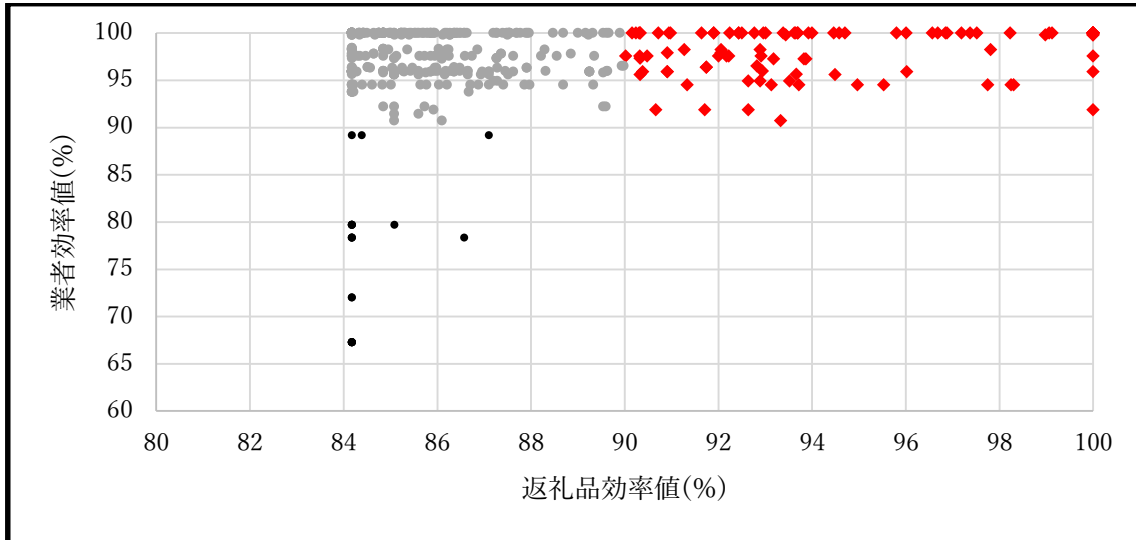


図 19 返礼品－業者間の効率散布図 (BCC-Input)

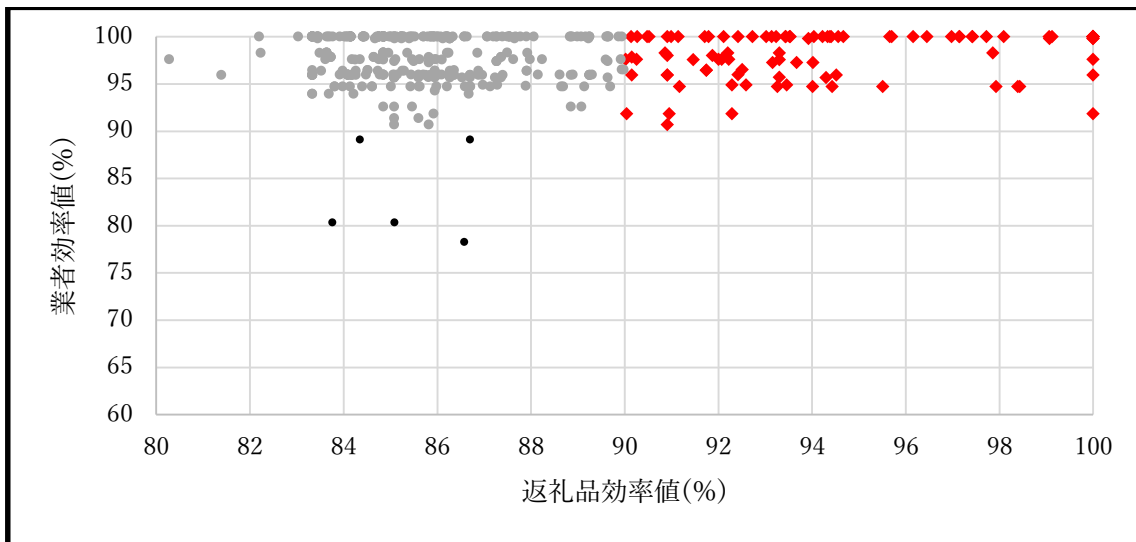


図 20 返礼品－業者間の効率散布図 (BCC-Output)

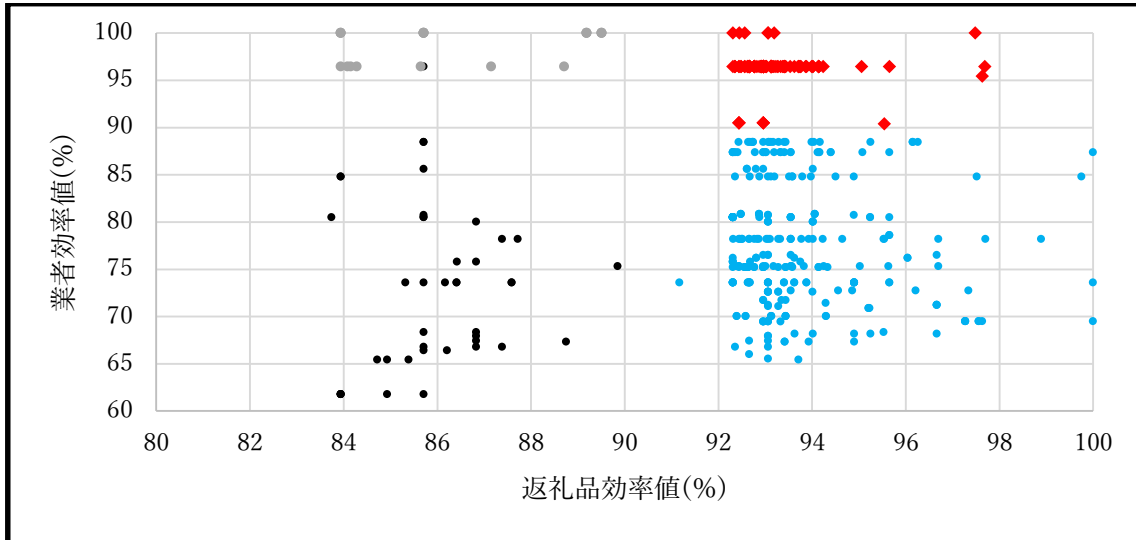


図 21 返礼品－業者間の効率散布図 (CRS-SBM)

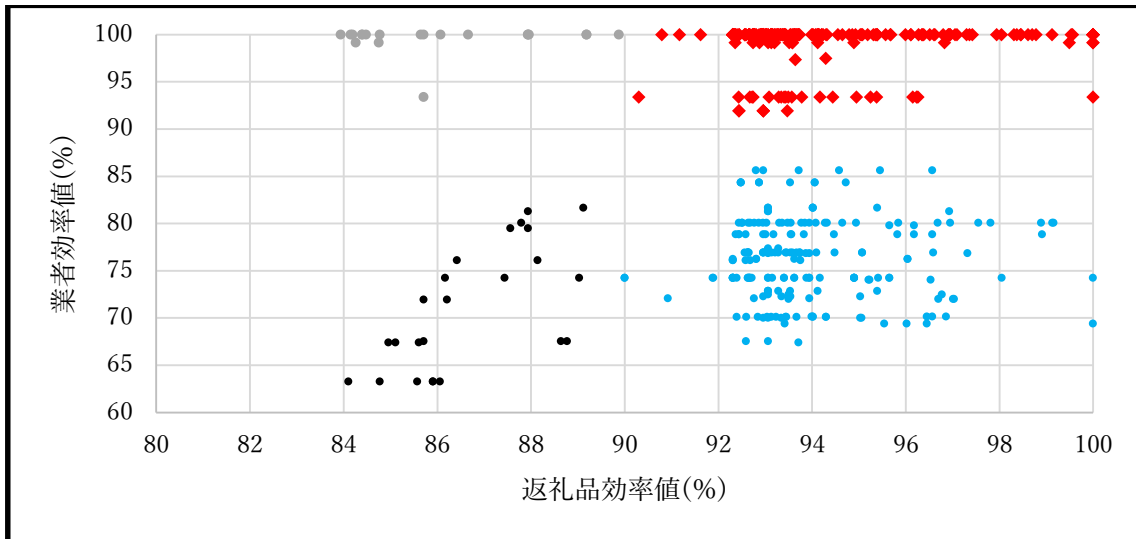


図 22 返礼品－業者間の効率散布図 (VRS-SBM)

3.5 提案方針とフィードバック

効率分析とその改善指標から、K市は多様な返礼品に対して十分な寄付を募れていない原状が明らかになり、業者と返礼品の分析により改善すべき対象が明らかになった。

しかし、入力指向の分析結果にもとづいてK市に返礼品の品目数を提案したところ、返礼品の品目数を削減することは地域の特産品をアピールする趣旨を兼ね合わせる制度の趣旨と背反するため、実行が難しいとの説明があった。

そこで、出力指向の分析で得られた結果に基づき、現在提供している返礼品に改良を施すことにより出力効率値を高める方針で提案を行った。

提案の概要として、効率が悪い返礼品の市場規模などを考慮した返礼品の提供案を複数提示した。茶葉のような市場規模が減少傾向にある返礼品について、関連する道具を併せて提供すること、入浴施設で使用されている漢方を薬湯の入浴剤にして提供することなどを提案した。他に、返礼品の印象を把握できない写真を使用している返礼品を抽出し、改善の必要性を示した。

4 結論

本論文では、意思決定理論を用いた戦略の策定について2つの事象に適用した研究を行った。

最初の事例では、情報拡散モデルを広告戦略に適用した戦略の策定について検討した。これまで用いられていた情報拡散モデルでは、複数の競合した情報が同時に隣接した場合に、当該頂点は拡散から離脱するような役割付けがなされていた。しかし、情報を取得せずに拡散モデルから離脱するという挙動はネットワークへの拡散を想定した場合に正確な効果が測定できない問題が含まれる。

本研究では、情報拡散モデルに偏向性を導入することでこの問題を解消する拡張を行い検証した。検証結果の分析には、純粋戦略ナッシュ均衡について存在性について確認した。この検証を行うために、情報拡散モデルを実行するプログラムと純粋戦略ナッシュ均衡を導出するためのプログラムを作成した。

研究では、プレイヤーの人数とグラフの形状に関する制限の有無について検証を行った。最初の検証では、プレイヤーが2人の場合におけるグラフの形状に制限を設けない事例について拡張した情報拡散モデルの検証を行った。次の検証では、プレイヤーが3人の場合における情報拡散モデルについて木グラフにのみ限定した検証を行った。検証結果から、スターグラフについて根の頂点を中心にナッシュ均衡が存在することが判明した。

このような拡張された情報拡散モデルに対する研究結果により、モデルはより現実を正確に捉えることができ、実用性を大幅に向上した。

2つ目の事例では、地域の財源確保に係るふるさと納税について意思決定手法の一つであるデータ包絡分析法を用いて効率分析と考察を行った。

効率分析によって、全国の自治体と比較してK市の効率性が明らかになった。効率的な自治体に比べるとK市は返礼品数が多く、返礼品の取り扱いも充実しているが、見合った寄付が集められていないことを示している。寄付金使途数については、各自治体が多様な分野への支援の充実性を寄付者に対して示しており、その分野の数を入力指標に採用した。しかし、近年の自然災害の影響でふるさと納税制度に注力していないが、被災地応援の動きが

あり寄付が集まる自治体も現れた。寄付金の分散より、K市の地域特性を反映したプロジェクトを企画し寄付者へ宣伝することも一つの選択として考えられる。

K市の業者と返礼品の分析については効率的な場合に共通する特徴を抽出し、非効率的な業者・返礼品に対する改善策の提案を行った。業者については、付加価値を連想させる情報を追加する必要性が示され、返礼品については、入力指標である費用を抑えることの重要性が示された。最後に、クロス分析を用いて業者と返礼品の効率値を同時に視覚化することで、業者と返礼品に対する改善方針を示した。

ふるさと納税については、従来は財政や地域経済活性化の視点からの分析しかなかったが、本研究で提案した手法により、効率的に返礼品や業者の選定をすることができ、自治体の意思決定の一助となることが期待できる。

今後の課題として、情報拡散モデルにおける検証では計算効率の上昇を目的とした多言語におけるシミュレータの開発と多人数純粋戦略ナッシュ均衡を導出する探索アルゴリズムについて改善の余地がある。また、支配戦略を考慮した戦略の削減を行うことも今後における課題である。この課題の解決によって、より大規模なグラフにおける検証が可能になり、普遍性のある均衡解の存在性に関する条件について検証が可能となる。

ふるさと納税では、住民税の控除額が収入によって限定されている。そのため、高額な返礼品より手頃な金額で様々な食材や日用品を取得している寄付者が多数いると考えられる。自治体、業者と返礼品の分析に関して、今後もどのような指標を採用するか議論の余地が残されている。また、データ包絡分析法以外の効率分析並びに数値改善に関する分析を行うことで、分析手法間における妥当性について検討する必要がある。今後は、国民全体の収入分布、世帯あたりの人数、K市の寄付者やリピーター分布などの要素を考慮し、食品加工業から伝統工芸まで様々な産業が発展しているK市の強みを活かした返礼品の提案を行う予定である。

参考文献

- [1] David R., John G., John R., “The Digitization of the World From Edge to Core”, An IDC White Paper(2018)
- [2] 株式会社電通, “2019年 日本の広告費-ナレッジ&データ”, https://www.dentsu.co.jp/knowledge/ad_cost/2019/(2020年3月閲覧)
- [3] Alon N., Feldman M., Procaccia A.D., Tnnenholtz M., “A note on competitive diffusion through social networks”, Information Processing Letters 110(6):221–225(2010)
- [4] Durr C., Thang NK., “Nash equilibria in voronoi games on graphs”, Proceedings of European Symposium on Algorithms 15:17–28(2007)
- [5] Enomoto H., Hachimori M., Nakamura S., Shigeno M., Tanaka Y, Tsugami M, “Pure strategy nash equilibria on competitive diffusion games”, Discrete Applied Mathematics 244:1–19(2018)
- [6] Fukuzono N., Hanaka T., Kiya H., Ono H., Yamaguchi R., “Two-player competitive diffusion game: Graph classes and the existence of a nash equilibrium”, SOFSEM 2020: Theory and Practice of Computer Science, Lecture Notes in Computer Science 12011 (2020)
- [7] Ito T., Otachi Y., Saitoh T., Satoh H., Suzuki A., Uchizawa K., Uehara R., Yamanaka K., Zhou X., “Competitive diffusion on weighted graphs”, Algorithms and Data Structures, WADS 2015:422–433(2015)
- [8] Jackson M.O., “Social and Economic Networks”, Princeton University Press, Princeton, NJ (2008)
- [9] Small L., Mason O., “Nash equilibria for competitive information diffusion on tree”, Information Processing Letters 113(7):217–219(2013)
- [10] Takehara R., Shigeno M., “A study on information diffusion game in network”, Research Institute for Mathematical Sciences Report 1773:132–141(2012)
- [11] Takehara R., Hachimori M., Shigeno M., “A comment on pure-strategy nash equilibria in competitive diffusion games”, Information Processing Letters 112(3):59–60 (2012)

- [12] Yamaguchi R., Ono H., “Nash equilibria for competitive diffusion games on weighted cycles”,
IPSI SIG Technical Report 2016:3B-1(2016)
- [13] 土屋仁美, “ふるさと納税における返礼品競争の要因と問題点”, 金沢星稜大学論集, Vol.
53(2), pp. 29-39 (2020)
- [14] 鈴木善充, 橋本恭之, “ふるさと納税に関する研究—北海道下の市町村データによる分
析—”, 生駒経済論叢, Vol. 15(2), pp. 21-31 (2017)
- [15] 保田隆明, 保井俊之, “ふるさと納税の理論と実践”, 宣伝会議 (2017)
- [16] 柳下正和, “ふるさと納税と地域経営—埼玉県坂戸市の事例分析 —”, 城西大学大学院経
営学研究科紀要, Vol. 14 & 15(1), pp. 1-16 (2019)
- [17] 萩原悟一, “ふるさと納税を活用したスポーツ産業へのアプローチ”, スポーツ産業学研
究, Vol. 29(1), pp. 39-42 (2019)
- [18] 山本清, “ふるさと納税制度と地域経済の発展政策”, 地域経済活性化とふるさと納税制
度, 創成社 (2017)
- [19] 稲田圭祐, “ふるさと納税の改正とその影響”, 和光経済, Vol. 49(3), pp. 45-51 (2017)
- [20] 総務省, “ふるさと納税に係る指定制度について”, https://www.soumu.go.jp/main_sosiki/jichi_zeisei/czaisei/czaisei_seido/furusato/topics/20190401.html (2019年10月閲覧)
- [21] Cook, W. D. and Zhu, J., 森田 浩(訳), “データ包絡分析法 DEA”, 静岡学術出版 (2014)
- [22] 総務省, “ふるさと納税 ポータルサイト”, https://www.soumu.go.jp/main_sosiki/jichi_zeisei/czaisei/czaisei_seido/080430_2_kojin.html (2019年12月閲覧)
- [23] “ふるさとチョイス”, <https://www.furusato-tax.jp/> (2019年12月閲覧)
- [24] Charnes, A., Cooper, W. W., Lewin, A. Y., Morey, R. C. and Rousseau, J., “Measuring the
Efficiency of Decision Making Units”, European Journal of Operational Research, Vol. 2(6), pp.
429-444 (1978)
- [25] Banker, R. D., Charnes, A. and Cooper, W. W., “Some Models for Estimating Technical and Scale
Inefficiencies in Data Envelopment Analysis”, Management Science, Vol. 30(9), pp. 1078-1092
(1984)
- [26] Tone, K., “A Slack-Based Measure of Efficiency in Data Envelopment Analysis”, European

Journal of Operational Research, Vol. 130, pp. 498-509 (2000)

付録 情報拡散検証プログラム

情報拡散プログラム

```
import csv

from numpy.random import*

import networkx as nx

import matplotlib.pyplot as plt

import math

import os

import getpass

import datetime

import numpy

import itertools

def graph2(ite,idr,dr='default'):

#検証結果を保存するためのディレクトリ設定

    if dr=='default':

        gd=datetime.datetime.now()

        dr=str(gd.year)+"年"+str(gd.month)+"月"+str(gd.day)+"日"+str(gd.hour)+"時"+str(gd.minute)+"分"

"+str(gd.second)+"秒"

        os.chdir(idr)

        print(str(dr))

        print(os.getcwd())

    if ite==0:

        ndr=idr

        os.chdir(idr)
```

```
#変数宣言
```

```
count=0
```

```
pcl=[]
```

```
ccon=[]
```

```
global n
```

```
n=4
```

```
c=0
```

```
cs=0
```

```
flg=0
```

```
nop=3
```

```
ss=1
```

```
limd=n
```

```
type='c'
```

```
dim=n-1
```

```
flg_t=0
```

```
flg_f=0
```

```
hcl=n
```

```
print(hcl)
```

```
global nn
```

```
global con
```

```
ec=0
```

```
r_c=0
```

```
#NetworkX を用いた非同型木グラフの生成
```

```
listi=list(nx.nonisomorphic_trees(n))
```

```
#生成された木グラフについてループ
```

```
for con_1 in range(len(listi)):
```

```

if con_l >= 0:

    G=listi[con_l]

    exit_l=0

    maxd=0

    limd=n-1

    if nx.is_connected(G) == True:

        un=getpass.getuser()

        os.chdir(idr)

        os.chdir("%s\%s" % (str(idr),str(dr)))

        if flg==0:

            os.mkdir("g%s" % (str(n)))

            os.chdir("%s\%s" % (str(idr),str(dr)))

            os.mkdir("another")

            os.chdir("%s\%s" % (str(idr),str(dr)))

            os.mkdir("about NE")

            flg=1

        if flg==1:

            os.chdir("%s\%s\%s" % (str(idr),str(dr),str(n)))

        maxdim=0

        mindim=n+1

        for i in range(n):

            if G.degree(i)==0:

                exit_l=1

            if G.degree(i)>dim:

                exit_l=1

            if G.degree(i)<=dim:

```

```

    if maxdim<G.degree(i):
        maxdim=G.degree(i)

    if mindim>G.degree(i):
        mindim=G.degree(i)

    if nx.is_connected(G)==False:
        exit_l=12

    if nx.is_connected(G)==True:
#直径の算出

        for j in range(n):
            ed=list(nx.all_simple_paths(G,source=i,target=j))

            for k in range(len(list(nx.all_simple_paths(G,source=i,target=j)))):
                if len(ed[k])-1>maxd:
                    maxd=len(ed[k])-1

            if limd<maxd:
                exit_l=13

        if maxdim<=0:
            exit_l=16

        if exit_l!=0:
            ec+=1

#グラフを図として保存

plt.figure(figsize=(32*0.25,32*0.25))

pos=nx.spring_layout(G,k=0.32)

nx.draw_networkx_nodes(G,pos,node_color='w',alpha=0.6,node_size=320)

nx.draw_networkx_labels(G,pos,fontsize=160,font_family="Arial",font_weight="bold")

nx.draw_networkx_edges(G,pos,alpha=0.32,edge_color='C',width=3.2*0.5)

plt.axis('off')

plt.savefig("g%d-%d-%d-%d"%(n,dim,limd,con_l))

```

```

os.chdir(idr)

os.chdir("%s¥¥¥¥¥¥another"%(str(idr),str(dr)))

con=[[0 for i in range(n)]for j in range(n)]

for n_n in range(n):

    ln2=list(nx.neighbors(G,n_n))

    for l_n in range(len(ln2)):

        con[n_n][ln2[l_n]]=1'
#偏向の列挙

perml=list(itertools.permutations(range(nop)))

prel=list(itertools.product(range(len(perml)),repeat=n))

for p_l in range(len(prel)):

    r_p=0

    pn=prel[p_l]

    ropl=[0 for i in range(len(perml))]

    for i in range(n):

        ropl[pn[i]]+=1

    for i in range(len(perml)):

        if i ==0:

            rop=str(ropl[i])

        else:

            rop+=" : "+str(ropl[i])

    eps=[0 for i in range(n)]

    for i in range(n):

        eps[i]=i

    Li=0

```



```

sl=[]

if ss!=1:

    ceps=list(itertools.combinations(eps,ss))

    sc=list(itertools.combinations(eps,ss))

else:

    ceps=eps

    sc=eps

if nop==2:

    sco=eps

    aps=list(ceps)

else:

    sco=list(itertools.product(ceps,repeat=nop-1))

    aps=list(ceps)

for i in range(nop-1):

    aps.extend(list(ceps))

sl=list(itertools.product(ceps,repeat=nop))

sl2=list(itertools.product(range(len(sc)),repeat=nop))

Li=len(sl)

lsn=len(ceps)

f2=open('data% sresultnop% dn% dtcl% dprel% d.csv'%(type,nop,n,con_l,p_l),'a',encoding='SJIS')

f3=open('resultpmptcl% dprel% d.csv'%(con_l,p_l),'a',encoding='SJIS')

f14=open('strategyformattcl% dprel% d.csv'%(con_l,p_l),'a',encoding='SJIS')

for i in range(len(sl)):

    f14.write(str(sl[i]))

    f14.write('\n')

f14.close()

```

```
sn=[0 for i in range(n)]

flag=[[0 for i in range(nop)]for j in range(n)]

mpp=[[0 for j in range(nop)] for i in range(n)]

pt=[[0 for i in range(Li)]for j in range(nop)]

mc=[0 for i in range(n)]

maf=[0 for j in range(n)]

suf=[0 for j in range(n)]

ls=[0 for j in range(nop)]
```

#戦略の数だけループ

```
for i in range(Li):

    rp=0

    c=0

    rc=0

    cs=0

    cn=0
```

#ネットワークの初期化

```
for k in range(n):

    sn[k]=nop+1

for j in range(n):

    for k in range(nop):

        flag[j][k]=0
```

#戦略を読み込み初期選択の実行

```
for j in range(nop):

    for m in range(ss):

        for l in range(n):

            if ss==1:

                if sl[i][j]==l:
```

```

        flag[l][j]=1

    else:

        if sl[i][j][m]==l:

            flag[l][j]=1

#情報衝突の検査

    for j in range(n):

        fc=0

        for k in range(nop):

            if flag[j][k]==1:

                fc+=1

        if fc >= 2:

            for k in range(nop):

                if flag[j][perml[pn[j]][k]]==1:

                    if sn[j]==nop+1:

                        sn[j]=perml[pn[j]][k]

        if fc == 1:

            for l in range(nop):

                if flag[j][l]==1:

                    sn[j]=l

    for k in range(n):

        maf[k]=0

        suf[k]=0

#情報の拡散

    while c<n:

        for j in range(n):

            for k in range(nop):

                mpp[j][k]=0

```

```

for j in range(n):

    for k in range(nop):

        flag[j][k]=0

cs=cs+1
#隣接する頂点の確認と拡散フラグのセット

for a in range(n):

    if sn[a]!=nop+1:

        if sn[a]!='n':

            for e in range(n):

                if con[a][e]=='1':

                    if sn[e]==nop+1:

                        if sn[a]!='n':

                            flag[e][sn[a]]=1

for j in range(n):

    fc=0

    for k in range(nop):

        if flag[j][k]==1:

            fc+=1

    if fc >= 2:

        for k in range(nop):

            if flag[j][perml[pn[j]][k]]==1:

                if sn[j]==nop+1:

                    sn[j]=perml[pn[j]][k]

    if fc == 1:

```

```

        for l in range(nop):
            if flag[j][l]==1:
                sn[j]=l

rc=c

c=0

for m in range(n):
    if sn[m]!=nop+1:
        c+=1

    if c == rc:
        c=n

for m in range(n):
    if sn[m]!=nop+1:
        if sn[m]!='n':
            pt[sn[m]][i]+=1

cb=0

nea=[[[[0 for i in range(nop)] for j in range(lsn)]for k in range(lsn)]

maw=[0 for i in range(lsn)]

mab=[0 for i in range(lsn)]

ln1=0

ln2=0

if nop>=2:
    sco=list(range(len(sc)))

    sco2=list(itertools.product(range(len(sc)),repeat=nop-1))

nea=[[0 for i in range(nop)] for j in range(Li)]

max=0

if nop>=2:

```

```

f2.write("\nNashEquilibrium is")
#多人数純粋戦略ナッシュ均衡導出プログラム

for j in range(nop):

    for s2 in range(len(list(sco2))):

        max=0

        cm=0

        for s1 in range(len(list(sc))):

            for i in range(Li):

                opt=[]

                copt=[]

                for j2 in range(nop):

                    if j2!=j:

                        opt.append(sl2[i][j2])

                copt.extend(sco2[s2])

                if copt==opt:

                    if sl2[i][j]==s1:

                        if copt==opt:

                            if pt[j][i]>max:

                                optc=[]

                                for re in range(Li):

                                    optc=[]

                                    for j3 in range(nop):

                                        if j3!=j:

                                            optc.append(sl2[re][j3])

                                    if copt==optc:

                                        nea[re][j]=0

                                nea[i][j]=1

```

```

        max=pt[j][i]

        cm=1

    elif pt[j][i]==max:

        nea[i][j]=1

        cm=cm+1

    f3.write('相手'+str(j+1)+'以外の戦略,'+str(sco2[s2])+',に対して最大の利得
は,'+str(max)+'counter,'+str(cm))

    f3.write('\n')

    r_p=0

    for i in range(Li):

        tnf=0

        for j in range(nop):

            if nea[i][j]==1:

                tnf+=1

        if tnf==nop:

            r_c+=1

            r_p=1

#ナッシュ均衡の書き出し

    for l in range(nop):

        f2.write(",player%s:,"%str(l+1)+str(sl[i][l])+",")

        f2.write(str(pt[l][i])+",")

    f2.write("\n")

f2.close()

f3.close()

os.chdir("%s\%s\%s\about NE"%(str(idr),str(dr)))

cwcw=open('true%d.csv'%(n),'a',encoding='SJIS')

```

```

cwcw2=open('not_fined_PN%d.csv'%(n),'a',encoding='SJIS')
#利得表の書き出し

check_profit=open('all_combinations.csv','a',encoding='SJIS')

check_profit.write('tree_number:%d¥npreference_number:%d¥n'%(con_l,p_l))

for i in range(Li):

    check_profit.write('(')

    for j in range(nop):

        check_profit.write('%d'%(sl[i][nop-1-j]))

        if j !=nop-1:

            check_profit.write(', ')

    check_profit.write(',')

    check_profit.write('(')

    for j in range(nop):

        check_profit.write('%d'%(pt[nop-1-j][i]))

        if j !=nop-1:

            check_profit.write(', ')

    check_profit.write(',')

    check_profit.write('(')

    for j in range(nop):

        check_profit.write('%d'%(nea[i][nop-1-j]))

        if j !=nop-1:

            check_profit.write(', ')

    check_profit.write(')¥n')

check_profit.write('¥n')

check_profit.close()

```



```

if r_p==1:

    if flg_t==0:

        cwcp.write('Graph number,Preference number, Diameter, Max degree,Min degree,Ratio of preference\n')

        flg_t=1

        cwcp.write('%d,%d,%d,%d,%d,%d,%d,%d\n'%(con_l,p_l,maxd,maxdim,mindim,rop))

    for i in range(Li):

        tnf=0

        for j in range(nop):

            if nea[i][j]==1:

                tnf+=1

        if tnf==nop:

            r_c+=1

            r_p=1

            for l in range(nop):

                cwcp.write(",player%s:,"%str(l+1)+str(sl[i][l])+",")

                cwcp.write(str(pt[l][i])+",")

            cwcp.write("\n")

    cwcp.close()

if r_p==0:

    if flg_f==0:

        cwcp2.write('Graph number,Preference number, Diameter, Max degree,Min degree,Ratio of preference\n')

        flg_f=1

```

```

        cwcp2.write('%d,%d,%d,%d,%d,%d,%s¥n'%(con_1,p_1,maxd,maxdim,mindim,rop))

cwcp2.close()

os.chdir("%s¥¥¥s¥¥¥another"%(str(idr),str(dr)))

if r_c>=1:

    frc=open('connectioncase%d.csv'%(con_1),'w',encoding='UTF-8')

    for r1 in range(n):

        frc.write(str(con[r1]))

        frc.write(¥n')

    frc.close()

#偏向の組み合わせ書き出し

frp=open('preferencelist.csv','w',encoding='UTF-8')

for fwp in range(len(prel)):

    frp.write(str(prel[fwp]))

    frp.write(¥n')

frp.close()

```

実績リスト

査読付き学術論文：第一著者 1 編

1. 藤井 秀幸, 傅 靖, 小林 里佳子, “データ包絡分析法を用いたふるさと納税の戦略提案－K 市のふるさと納税への適用事例－”, 日本経営工学会論文誌, 71 巻, 4 号, pp.149-172 (2021).

査読付き国際会議論文：第一著者 3 編

1. Hideyuki Fujii, Jing Fu, Yu Song, “Experimental Study on the Existence of a Pure Nash Equilibrium in an Information Diffusion Game with Strict Preferences”, The 2019 Asian Conference of Management Science and Application, Penglai Shandong China, No.56 (2019).
2. Hideyuki Fujii, Jing Fu, Yu Song, “On Modeling and Simulation of General Information Diffusion Game”, The 9th International Conference on Economics, Business and Management, Zhuhai China(2018).
3. Hideyuki Fujii, Jing Fu, Yu Song, “Information Diffusion Game with Revealed Preferences: An Application to 2016 Presidential Election in U.S.”, The 2017 Asian Conference of Management Science & Applications, Crowne Plaza Fuzhou Riverside, No.84 (2017).

査読無し国際会議論文：第一著者 1 編

1. Hideyuki Fujii, Jing Fu, “An experimental study of the effect of bidding increment on the contract price of online auction”, Graduate Summer Workshop on Game Theory, Seoul National University, pp.53-54(2016).

査読無し国内会議論文：第一著者 2 編

1. 藤井 秀幸, 傅 靖, “戦略拡張を施した情報拡散ゲームの検証”, 日本経営工学会, 秋季大会 (2018).
2. 藤井 秀幸, 傅 靖, “趣向を考慮した情報拡散ゲームの検証”, 日本経営工学会, 横浜, pp.36-37(2017).

紀要論文：2 編（第一著者 1 編）

1. Hideyuki FUJII, Jing FU, “Multi-Selection Information Diffusion Game with Revealed Users’ Preferences”, 福岡工業大学総合研究機構研究所所報, Vol.1, pp.61-66(2018).
2. J. Fu and H. Fujii, “An experimental study of the effect of bidding increment on the contract price of online auction”, 福岡工業大学情報科学研究所所報, 福岡工業大学, Vol.28,pp.25-28(2017).

シンポジウム等における発表：4 件

1. 藤井 秀幸, 傅 靖, 宋 宇, “情報拡散ゲームの拡張と検証”, JIMA 九州・JSPM 九州研究会,福岡工業大学(2020).
2. 藤井 秀幸, 傅 靖, 宋 宇, “ルールを変更した情報拡散ゲーム～ナッシュ均衡が存在しない場合のグラフへの適用～”, JIMA 九州・JSPM 九州研究会,福岡工業大学(2018).
3. 藤井 秀幸, “趣向を考慮した情報拡散ゲームの検証”, 日本オペレーションズ・リサーチ学会九州支部 OR 若手交流会, 由布院, No.4(2017).
4. 藤井 秀幸, “入札単位変更による落札価格の最適化”, 日本オペレーションズ・リサーチ学会九州支部 OR 若手交流会, 由布院, No.1(2016).