

# 福岡工業大学 学術機関リポジトリ

## A Ray Searching Algorithm Based on Imaging Method

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2021-02-25 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 内田, 一徳 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/11478/00001653">http://hdl.handle.net/11478/00001653</a>

# イメージ法によるレイ探索アルゴリズム

内 田 一 徳 (情報通信工学科)

## A Ray Searching Algorithm Based on Imaging Method

Kazunori UCHIDA (Dept. of Information and Communication Eng.)

### Abstract

This paper is concerned with a ray searching algorithm based on the imaging method for a three-dimensional (3D) closed space such as a tunnel, underground, office room as well as for a rough surface. First, the fundamental theory of the algorithm is described. Next, it is demonstrated that the algorithm becomes simple when the closed space has a kind of symmetrical property. In this case the extension from two-dimensional (2D) rays to 3D ones is possible. Finally numerical ray examples are shown in 2D and 3D ways for some kinds of structures.

Key words: *Ray Tracing Method, Propagation, Tunnel, Underground, Rough Surface.*

### 1. ま え が き

最近、携帯電話の急速な普及に伴って、トンネル、地下街、室内等の閉じた空間内の電界強度を推定すること、さらには大地や山林等の不規則表面が伝搬特性に及ぼす影響を推定することが重要課題となっている。トンネル等については、筆者らはこれまでスペクトル領域法およびFVTD法を用いて数値解析を行い、実験値との比較検討を行ってきた[1],[2]。その結果、スペクトル領域法のような解析的な手法では高精度の解は得られるが、極めて簡単な形状しか取り扱えないこと[1]、一方数値解法であるFVTD法は任意形状の問題を処理できること[2]、等が確かめられた。しかし後者の解法によっても、波長より十分大きい実際の閉じた空間に対しては、コンピュータの能力の限界から実用的な解を得るまでには至っていないのが実状である[3]。不規則表面による散乱問題の解析についても[4]、波長と寸法に関連する状況は同じである。

寸法が波長より十分大きい問題に対して、電磁波の伝搬特性を定量的に推定しようとするとき、電磁波を光とみなして解析するレイ・トレース法が有効となる。この手法を用いて、室内やトンネル内の電波伝搬問題は既に解析されている[5],[6],[7],[8]。この手法では、他の解析的な手法と異なってコンピュータ容量の制限を余り受けない。このような理由により、波長より十分大きいと考えられる閉じた空間および不規則表面に関して、電界強度や散乱特性の推定を行う場合、レイ・トレース法を適用することは有意義であろうと思われる。

最近筆者らは、厳密解およびFVTD解と比較することによって、レイ・トレース法の精度について検討した[9]。その結果、方形トンネルでは辺が20波長以上、円形トンネルでは半径が20波長以上のとき、レイ・トレース法が良好な結果を示すことを実証した。このことから、3次的に湾曲した壁に対しても、その曲率半径が20波長以上あれば、壁の平板近似に基づくレイ・トレース法の適用が可能であろうと推察される。

レイ・トレース法の適用に当たっての最大の課題は、いかにして“レイを精度良く”しかも“短時間に探索

する” かにある。そこで本稿では、このような趣旨に沿ったソフトウェア開発(問題解決プログラムの作成)の立場から、これまで筆者が開発してきたレイ探索法のアルゴリズムを整理し、種々の問題への応用を試みることにする。

## 2. レイ探索の判定法

レイを探索する方法として、レイ発射法 (ray launching method) とイメージ法 (imaging method) が考えられている [7]。複雑な形状に対して、ある範囲の誤差内でレイを探索しようとするとき、前者の方が有効であろう。しかしさほど複雑でない形状に対して、ある決められた最大の反射回数の下で、しかも全てのレイを間違いなく探索しようとするとき、計算時間と精度の両面から考えて、後者の方が有利であろう。そこで本稿では、レイ・トレース法におけるレイの探索法として、イメージ法を採用することとし、その基本的なアルゴリズムについて考察する。

図1は、平面壁における波源とイメージの基本構成を示す。平面壁と波源からイメージが一義的に決定され、その結果として反射点と入射および反射レイの方向が決まる。さらに、この簡単な基本原理を一步一步組み合わせることにより、多数の平板からなる複雑な構造に対しても、全てのレイが決定される。イメージ法によってレイを探索しようとするとき、ある段階のイメージが次の段階のイメージであり得るかどうかの判定を行う必要がある。そこでまず、その判定法を提案する。

レイ・トレース法法の適用に当たっては、まず3D空間にある任意形状立体の表面を有限個の平板(“基本平板セル”と呼ぶことにする。)の組み合わせで近似しなければならない。このとき理論に一般性を持たせるためには、その基本平板セルの形状を三角形とすれば十分である。一方、ビルの主要な構成要素は方形平板の

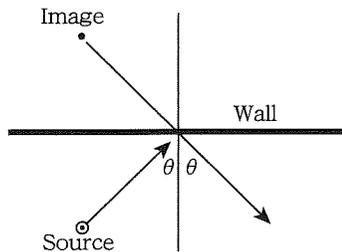


図1 波源とイメージ点

組み合わせから成ることが多く、基本平板セルとして三角形ではなく方形平板を採用した方が、コンピュータ処理に関するメモリと計算時間の関係上有利である。しかしこの場合でも、三角形を基本平板セルとする理論の一部を手直しするだけで方形の場合も処理できるので、本稿では主として三角形の場合について議論を進めることにする。

図2に、ある一つの基本平板セル(セル1)と他の一つの基本平板セル(セル2)との位置関係を示している。座標系として直角座標  $(x, y, z)$  を用いる。さて、原点  $O$  をイメージ点としたとき、セル1で反射されたレイがセル2に入射するかどうかを判定するための条件について考えよう。ただし、セルの一部(全部も含む)がセル1からの反射波で照射されれば“入射レイが存在する” そうでない場合を“入射レイが存在しない”と呼ぶことにする。

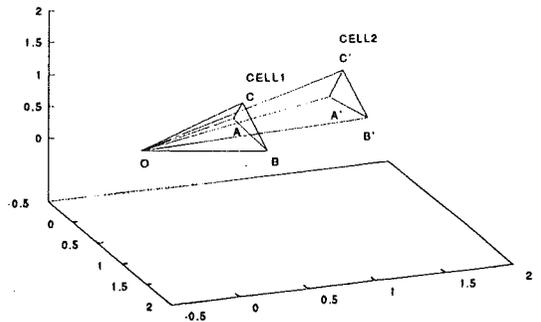


図2 基本平板セル1およびセル2

入射レイが存在するかどうかの判定条件を導くために、図2に示す基本平板セルの各頂点を位置ベクトルで表現することにする。例えば、 $A$  は点  $O$  を始点として点  $A$  を終点とするベクトルである。ただし、セル2の位置ベクトルについてはプライムを付けるものとする。このとき、セル1で反射されたレイがセル2の入射レイとして存在するためには次式を満足しなければならない。

$$\alpha(B-A) + \beta(C-A) + A = \gamma D' \quad (1)$$

ただし、次の関係がある。

$$D' = \alpha'(A'-B') + \beta'(C'-A') + A' \quad (2)$$

式(1)の幾何学的な意味は、セル2で構成される平面上のベクトル  $D'$  が縮尺(縮尺率は  $\gamma$ ) されて、セル1で構成される平面上に存在するための条件式である。また  $\alpha, \beta$  は後者の平面上における縮尺率である。

ここで全てのベクトルについて、その成分を次の例に示すように表すものとすれば、

$$A = (A_x, A_y, A_z) \quad (3)$$

上に述べた縮尺率は次のように計算できる。

$$\begin{aligned} \alpha &= (a_{xx}D'_x + a_{xy}D'_y + a_{xz}D'_z) / \Delta_3 \\ \beta &= (a_{yx}D'_x + a_{yy}D'_y + a_{yz}D'_z) / \Delta_3 \\ \gamma &= (a_{zx}D'_x + a_{zy}D'_y + a_{zz}D'_z) / \Delta_3 \end{aligned} \quad (4)$$

行列式  $\Delta_3$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta_3 &= b_x c_y D'_z + b_z c_x D'_y + b_y c_z D'_x \\ &\quad - b_z c_y D'_x - b_x c_z D'_y - b_y c_x D'_z \end{aligned} \quad (5)$$

ここで次の関係がある。

$$\begin{aligned} b_x &= B_x - A_x \\ b_y &= B_y - A_y \\ b_z &= B_z - A_z \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} c_x &= C_x - A_x \\ c_y &= C_y - A_y \\ c_z &= C_z - A_z \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} a_{xx} &= c_z D'_y - c_y D'_z \\ a_{xy} &= c_x D'_z - c_z D'_x \\ a_{xz} &= c_y D'_y - c_x D'_y \\ a_{yx} &= b_y D'_z - b_z D'_y \\ a_{yy} &= b_z D'_x - b_x D'_z \\ a_{yz} &= b_x D'_y - b_y D'_x \\ a_{zx} &= b_y c_z - b_z c_y \\ a_{zy} &= b_z c_x - b_x c_z \\ a_{zz} &= b_x c_y - b_y c_x \end{aligned} \quad (8)$$

さて、以上の関係式を用いて反射レイが存在するかどうかを判別する条件式を導くことにする。ベクトル  $D'$  がセル 2 内の表面上に位置する条件は、次の関係式を同時に満足することである。

$$\begin{aligned} 0 &\leq \alpha' \leq 1 \\ 0 &\leq \beta' \leq 1 \\ \alpha' + \beta' &\leq 1 \end{aligned} \quad (9)$$

次に、このベクトルが縮尺 ( $\gamma$  倍) されて、セル 1 の表面内に存在するためには次の条件を同時に満足しなければならない。

$$\begin{aligned} 0 &\leq \alpha \leq 1 \\ 0 &\leq \beta \leq 1 \\ \alpha + \beta &\leq 1 \\ 0 &\leq \gamma \leq 1 \end{aligned} \quad (10)$$

従って反射レイが存在するための条件は、"式(9), (10)を同時に満足する縮尺率の組み合わせが存在すること"

となる。

上に述べた条件が満足される時、そのレイのセル 1 内における反射点の位置ベクトル  $R = (R_x, R_y, R_z)$  は次式によって計算できる。

$$\begin{aligned} R_x &= A_x + \alpha b_x + \beta c_x \\ R_y &= A_y + \alpha b_y + \beta c_y \\ R_z &= A_z + \alpha b_z + \beta c_z \end{aligned} \quad (11)$$

ところで、基本平板セルの形状が方形 (平行四辺形を含む) のとき、反射レイが存在する条件式は、式(9)および式(10)においてそれぞれの第 3 式の条件を除くだけで良い。この幾何学的な意味は説明するまでもなからう。

最後に、2D 問題の場合について考察しよう。座標系として直角座標  $(x, y)$  を用いる。このとき、3D の基本平板セルである三角形に対応して、2D では線分が対応する。これらの線分は 2 個のベクトルで表現できるので、図 2 の記号を流用すれば 4 個のベクトル  $A, B, A', B'$  を考慮すれば良い。

まず、式(1), (2)に対応して条件式は次のように与えられる。

$$\alpha(B - A) + A = \gamma D' \quad (12)$$

$$D' = \alpha'(B' - A') + A' \quad (13)$$

この二つの式の示す幾何学的な意味についても説明する必要はなからう。

式(12), (13)から縮尺率を計算することは簡単であり、式(9)及び式(10)に対応して次の関係式が得られる。

$$0 \leq \alpha' \leq 1 \quad (14)$$

$$0 \leq \alpha \leq 1 \quad (15)$$

$$0 \leq \gamma \leq 1$$

ただし、次の関係がある。

$$\alpha = (A_x D'_y - A_y D'_x) / \Delta_2$$

$$\gamma = [A_x (B_y - A_y) - A_y (B_x - A_x)] / \Delta_2 \quad (16)$$

$$\Delta_2 = D'_x (B_y - A_y) - D'_y (B_x - A_x) \quad (17)$$

さらに、線分上での反射点の位置座標は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} R_x &= A_x + \alpha (B_x - A_x) \\ R_y &= A_y + \alpha (B_y - A_y) \end{aligned} \quad (18)$$

### 3. レイ探索の効率化

本章では、前章のレイ存在に関する判定法に基づいて、レイを探索する手順について概説し、その効率化のための手続きについて考察する。レイの探索手順は次のようにまとめられる。ただし、波源と観測点の位

置座標, および複数個からなる基本平板セルの各頂点の位置座標は前もって与えられているものとする。

1. 0 次のイメージ ( $n=0$ ) と考えられる波源から, 各基本平板セルに対応してその 1 次のイメージ ( $n=1$ ) の座標を決定する。
2. ある基本平板セルとそのイメージが, それ以外の全ての基本平板セルに関して反射レイとなるかどうかを判定する。(a) 反射レイである場合は,  $n$  回反射のレイであるかどうか (観測点と交差するかどうか) を判定し, さらに  $(n+1)$  次のイメージ座標を決定する。(b) 反射レイでない場合は, 次の基本平板セルに移動する。
3. 反射回数  $n$  が与えられた最大値を越えたかどうかを判定する。(a) 越えた場合は計算を打ち切る。(b) その他の場合は手順 2 に戻る。

上の手順において, 反射レイであるかどうかは前章の判定条件を用いれば良い。一方, レイと成り得るかどうか, すなわち  $n$  回目は反射したレイが観測点と交差するかどうかの判定条件は, 前章の結果を利用して次のようにまとめられる。イメージ点を始点とする反射レイのベクトル表現を  $D$  とし, このベクトルを式 (1) の  $D'$  に置き換えたとき, その縮尺率に関して次式が同時に満足されればレイとなる。

$$\begin{aligned} 0 \leq \alpha &\leq 1 \\ 0 \leq \beta &\leq 1 \\ \alpha + \beta &\leq 1 \\ 0 \leq \gamma &\end{aligned} \quad (19)$$

上式の第 4 式が前章の結果と少し異なっているのは, 反射レイベクトルの終点に関して任意性があるからである。

上に述べたレイ探索の手順は, いわゆる“風潰し”的手法である。まえがきで述べた“レイを精度良く”求めるには好都合であるが, “短時間に探索する”と言う立場からはかけ離れている。次章で述べるような特殊な場合のみ成立するドラスティックでエキスパート的な発想は, 一般的には通用しないとしても, ある範囲内の工夫をしなければ, 3D 問題に対してうんざりするほどの計算時間を要することとなる。次にその対策について考察する。

レイ探索に要する計算時間を軽減するためには, 本章の最初に述べたレイ探索手順の回数を実質的な意味で減らすことである。そのためには, 明らかに反射レイが存在しないと判明している場合に対して, あらかじめその判定から除外しておくことが肝要である。幾

何学的な考察から, その判定が除外できる場合として, 次の三通りが考えられる。

第一は, レイは壁の表かから入射し, その裏側から入射しないと言う事実である。言い換えれば, 壁の裏側から入射するレイは計算処理の対象とならないと言うことである。そこでこの場合の判定法について考察しよう。まず, 各基本平板セルに対してあらかじめその外向きの法線ベクトル  $n$  を求めておく。一方, イメージを始点とする反射レイのベクトル表現を  $D$  で表しておけば, この反射レイが壁に表から入射する条件式は, 次のように二つのベクトルの内積を用いて与えられる。

$$n \cdot D < 0 \quad (20)$$

上式を満足しない場合は数値処理が必要でないので, 計算時間が短縮される。

第二は, 反射レイの見込み角 (立体角) は既知 (計算可能) であるので, この見込み角からはずれた基本平板セルに対しては, 反射レイに関する判定を省略することである。第三は, ある基本平板セル (図 2 のセル 2 に対応) に対して反射レイが存在する場合, その面積を別の基本平板セル (図 2 のセル 1 に対応) に射影した面積分だけ, 後者の面積から減じてやる方法である。面積を減じた分だけ, レイ探索の回数が減ることは言うまでもなからう。しかしこの方法については, 2D 問題ではそのアルゴリズムが比較的簡単であるが, 3D 問題では陰線処理の問題と深く係わっていて, その処理が極めて複雑となる。簡潔なアルゴリズムを発見しない限り, かえって計算時間が増える可能性が大きいので注意を要する。

#### 4. 2D から 3D へ

一見して 3D の問題であるかに見えるが, 詳細に検討すると実は本質的には 2D 問題である場合がある。このような場合を準 2 次元問題と言う。このような問題に対しては, 問題の構成に一種の対称性があり, その特徴をうまく掴んで処理するエキスパート的思考を導入すれば, 大幅に効率的な計算処理が可能となる。例えば筆者が関心をもつ問題では, トンネルについてはその断面は任意形状であるがその軸方向には一様である場合, 地下街のような構造では床と天井が平行である場合, 1 次元格子に斜めから波が入射する場合等が考えられる。このような問題に対しては, 2D レイの情報を得ておれば簡単なアルゴリズムによって 3D の情報

が得られる。

まず、断面は任意であるが軸方向には一様なトンネルのレイについて考察しよう。図3にその一例を示す。図4にその断面を示す。閉じた2D空間に対して、その

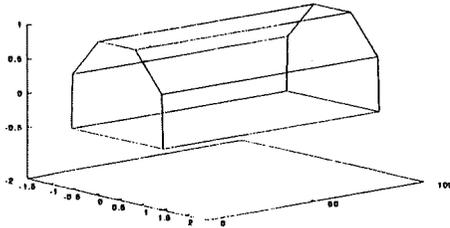


図3 3次元トンネル (3D)

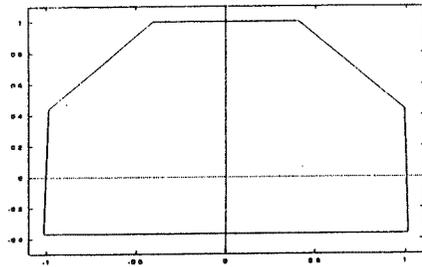


図4 トンネルの断面 (2D)

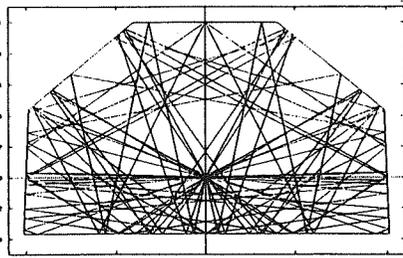


図5 2Dレイの様子

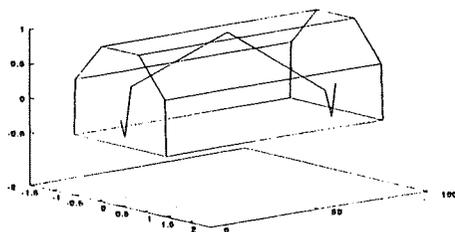


図6 3Dレイの様子

レイを探索することは前章までの議論から分かるように比較的簡単であり、計算時間も少なくて済む。反射回数を5としたときのレイの様子を図5に示す。これらのレイに関して、その波源から観測点までの距離および各反射点までの距離に比例配分して3D的にレイを拡張すれば、簡単に3Dレイが求まる。図5の2Dレイの中から一つのレイを取り出し、3Dレイに変換して図示したのが図6である。

次に床と天井が平行な地下街等について考察する。図7にその一例を示す。図8はその断面であり、その形状は任意である。ここで、地下街のように複雑な構造に対する2Dレイの探索法について、図8を例にとって説明しよう。このように分岐・折れ曲がりが多い場合、まずその構造を送信部 (T1)、接続部 (J1)、受信部 (T4) に組み合わせとして分解する。数値例では簡単な場合を示すが、一般には分解された部分の個数は任意で良い。その数が増えれば探索に要する時間が増えるだけである。

さて、波源のある送信部 (T1) では0次から出発して順次高次の反射レイのイメージを決定し、その中から送信部 (T1) と接続部 (J1) との共通開口を突き抜けるレイ (イメージ) を抽出する。次に接続部 (J1)

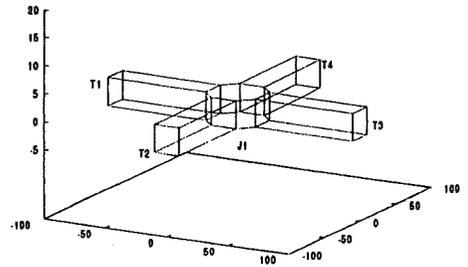


図7 3次元地下街 (3D)

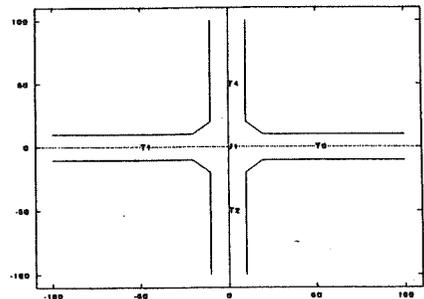


図8 地下街の断面 (2D)

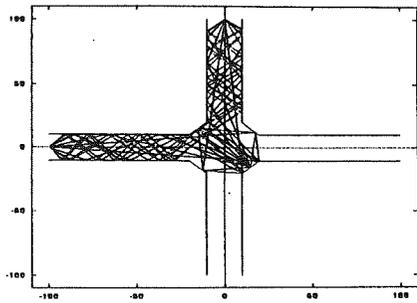


図9 2Dレイの様子

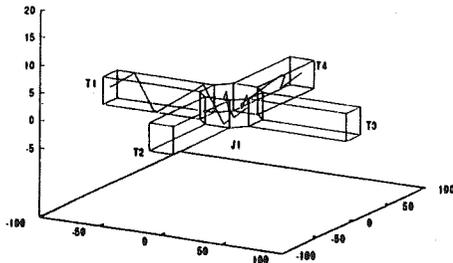


図10 3Dレイの様子

において、それらのレイが直接または反射を繰り返しながら接続部 (J1) と受信部 (T4) との共通開口を突き抜けるレイ (イメージ) を抽出する。最後に受信部 (T4) において前と同様の処理を実行し、さらにそれらのレイが受信点と交差するかどうかを判定する。もちろん、以上の判定に当たっては前章の結果を使えば良い。

図9に、このようにして得られた2Dレイの様子を示す。ただし、各構成部分における最大の反射回数は5に設定している。これらの2Dレイの中から一つのレイを取り出し、3Dレイとして図示したのが図10である。

### 5. 数値例

最後にその他の数値例を示す。図11は正弦的な波面における2Dレイの一例である。この波面は関数  $y = -20 \cos(0.1x)$  を用い、形状分割のための基本線分は  $\Delta x = 0.1$  とすることによって実現した。また、波源の位置は (0, 10) とし、観測点の位置をそれぞれ (-80, 100), (-60, 100), (-40, 100), (-20, 0), (0, 100), (20, 100), (40, 100), (60, 100) および (80, 100) としたときの、反射レイの様子である。観測点の位置によってレイの数が異なるのが分かる。この結果から、レイ・ト

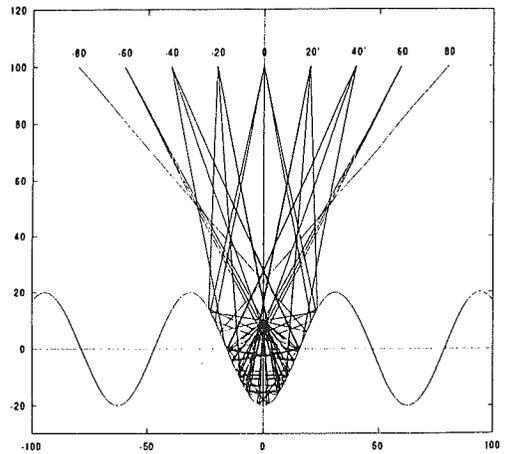


図11 2Dレイの様子

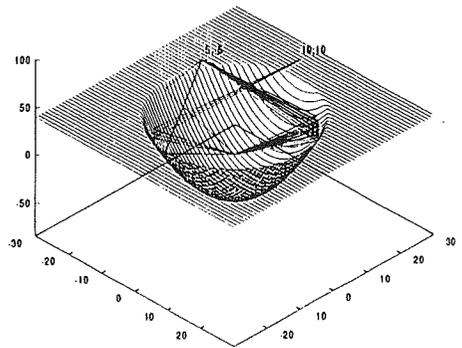


図12 3Dレイの様子

レース法を2D不規則表面による電磁波の散乱問題に適用できることが判明した。

図12に3Dレイの一例を示す。この3D形状は関数  $z = 0.1(x^2 + y^2) - 20$  によって実現し、 $z \geq 40$  では平板としている。なお基本平板セルについては、 $(\Delta x, \Delta y) = (0.2, 0.2)$  の正方形を二分した直角三角形としている。波源の位置は (0, 0, 0) に置き、観測点は (10, 10, 100) および (-5, -5, 100) とした場合である。この例からも、観測点の位置によってレイの数が異なることが分かる。このようにして、レイ・トレース法によってドーム球場内の電界強度推定も可能である。

### 6. あとがき

イメージ法に基づいて、レイを探索するためのアル

ゴリズムおよびその手順について考察した。イメージ法を基礎原理とする限り、基本平板セル毎のイメージを順次決定していくと言う、いわば氾濫的な探索法にならざるを得ない。しかし、レイの物理的性質を巧妙に取り込めば、レイ探索に要する時間を軽減すること可能であり、そのための解決策を提案した。また、閉じた空間の構造に対称性がある場合、その特質をうまく利用して3D問題をほぼ2D問題として処理することができることを明らかにした。数値例としては簡単な場合についてのみ提示したが、本稿で開発したレイ探索法は、実際問題に近い複雑な問題にも適用できることを付記する。

本稿では反射レイに対してのみ議論を進めた。レイがほとんど届かない空間においては、回折レイが無視できない。回折レイの探索については、本稿の結果に若干の修正を施すことによって、その応用が可能であると予想される。この問題は今後の課題とする。

#### 謝 辞

この研究は NTT DoCoMo の委託研究による。ここに謝意を表する。

#### References

- [1] K. Uchida, T. Matsunaga and T. Noda, "Electromagnetic wave excitation in a two-dimensional impedance tunnel with a cross-junction," *Trans. IEICE Japan*, vol. E70, No. 7, pp. 634-540, July 1987.
- [2] 内田, 松永, 金, 韓, "FVTD法による基本的な分岐をもつ2次元トンネル内電波伝搬の解析", *信学論 C-I*, vol. J79-C-1, No. 7, pp. 210-216, July 1996.
- [3] 韓, 安元, 内田, 松永, "FVTD法による任意の折れ曲がり角をもつ2次元トンネル内の電波伝搬の解析", *信学論 B-II*, vol. J81-B-II, No. 8, pp. 781-788, Aug. 1998.
- [4] K. Uchida, K.Y. Yoon, Y. Kuga and A. Ishimaru, "FVTD analysis of electromagnetic wave scattering by rough surface," *IGARSS '98*, vol. IV, DD11, pp. 2292-2294, July 1998.
- [5] S.F. Mahmoud and E.R. Wait, "Geometrical optical approach for electromagnetic wave propagation in rectangular mine tunnels," *Radio Sci.*, vol. 9, no. 12, pp. 1147-1158, Dec. 1974.
- [6] K.R. Schaubach, N.J. Davis IV and T.S. Rappaport, "A ray tracing method for predicting path loss and delay spread in microcellular environments," *42nd IEEE Veh. Technol. Conf.*, pp. 932-935, May 1992.
- [7] T. Imai and T. Fujii, "Indoor micro cell area prediction system using ray-tracing for mobile communication systems," *Proceedings of ISAP '96*, pp. 185-188, Sept. 1996.
- [8] S.H. Chen and S.K. Jeng, "SBR image approach for radio wave propagation in tunnels with and without traffic," *IEEE Trans.*, vol. VT-45, no. 3, pp. 570-578, Aug. 1996.
- [9] K. Uchida, C.K. Lee, T. Matsunaga, T. Imai and T. Fujii, "On accuracy of field evaluation in tunnels by ray tracing method," *Proceedings of KJJC-AP/EMC/EMT '98*, pp. 34-37, Sept. 1988.