

福岡工業大学 学術機関リポジトリ

垂直磁界中に置かれた超伝導平板内遮蔽電流前線の 平板アスペクト比依存性

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 公開日: 2020-12-15 キーワード (Ja): キーワード (En): perpendicular field, superconducting plate, shielding current front, curve with the n-th order power, RMS value of residual error field 作成者: 野田, 稔 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/11478/00001573

垂直磁界中に置かれた超伝導平板内遮蔽電流 前線の平板アスペクト比依存性

野 田 稔 (電子情報工学科)

Aspect Ratio Dependence of a Configuration of Shielding Current Front in a Superconducting Plate under a Perpendicular Magnetic Field

Minoru NODA (Department of Information Electronics)

Abstract

In this paper we show that a configuration of shielding current front in a superconducting plate under a perpendicular magnetic field H_c , can be well approximated by a curve with the n -th order power, over wide range of aspect ratio: $\hat{a}=0.2\sim 5$. The aspect ratio dependences of the curve parameters are determined very precisely based on shielding conditions with a restriction of $H_c/(J_c a)=0.1$, where J_c is the superconducting critical current density of the plate with span $2a$. The precision of this method is evaluated by a magnitude of residual error field in the shielded region, and its Root-Mean-Square (RMS) value is suppressed to a level smaller than 0.6% of H_c . The n value has a bell-shaped dependence, and takes a peak 7.6 near $\hat{a}=1$, which means the front curvature becomes strongest when the plate span equals its thickness. As the aspect ratio becomes larger, magnetic flux penetrates more easily to the interior of the plate. For example, flux front position moves from $0.89a$, near slab limit value, to $0.64a$, corresponding to $\hat{a}=0.2$ and $\hat{a}=5$, respectively.

Key words: *perpendicular field, superconducting plate, shielding current front, curve with the n -th order power, RMS value of residual error field*

1. はじめに

前報¹⁾にて、超伝導平板に垂直な磁界が加わるとき、平板中の遮蔽電流前線形状が磁界の強さによってどのように変わるかを議論した。その結果、被遮蔽領域が存在する外部磁界範囲のほとんどにおいて、簡単な n 次曲線 (n : 実数) で近似でき、その遮蔽誤差は数% 以内であることがわかった。ただし、それは平板アス

ペクト比が5の場合に限った数値計算結果であった。そこで本稿では、様々な平板アスペクト比において、遮蔽電流前線形状がやはり n 次曲線で近似できるかどうか、その遮蔽誤差はどう変化するかを調べることを目的とする。そのため、今回は外部磁界を固定して、アスペクト比を $5\sim 1/5$ の範囲で変化させた場合を議論する。

2. 条件設定

図1のように、一様磁界 H_c 中に垂直におかれた平

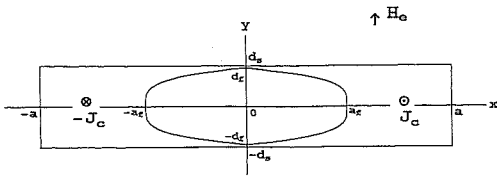


図1 一様な垂直磁界 H_0 が加わった超伝導平板中の遮蔽電流分布の概念図。中央の被遮蔽領域と左右の電流領域との境界が電流前線であり、その形状を本稿では n 次曲線で近似する。

板を考える。平板の中心 O を原点とする直角座標 (x, y, z) の y 軸正方向を外部磁界 H_0 の方向とし、 y 軸方向の平板厚みを $2d_s$ とする。磁界に垂直な平板幅方向を x 軸にとり、平板幅を $2a$ とする。平板アスペクト比は a/d_s で与えられる。 z 軸方向には平板が無限に伸びているものとする。 (x, y) 平面内の遮蔽電流前線形状を決定するために、次の基本仮定をおく。

(1) 遮蔽電流密度 J_c を一定とする (ビーン・モデル)。

この仮定により、電流密度 J_c は空間的に一定であり、平板形状やアスペクト比にも依らないと考えられる。

(2) $x > 0, y > 0$ 領域の平板内電流前線の形状が次の n 次曲線式で近似できるとする。

$$\begin{aligned} x_B(y) &= a_r - Cy^n \quad \text{または} \\ y_B(x) &= ((a_r - x)/C)^{1/n} \end{aligned} \quad (2-1)$$

ここに、 a_r はこの曲線が x 軸を切る点の座標である。曲線の次数 n は正の実数とする。

上記曲線 (2-1) が y 軸と交差する交点の座標を $(0, d_c)$ とすれば、 $d_c = (a_r/C)^{1/n}$ であり、 $d_c < d_s$ の場合、 $d_c < y < d_s$ の範囲の y に対して $x_B(y) = 0$ とする。また曲線 (2-1) が平板上平面 ($y = d_s$) と交差する交点の座標を (a_s, d_s) とすると、 $a_s = a_r - Cd_s^n$ であり、 $0 < a_s < a$ の場合には、 $0 < x < a_s$ の範囲の x に対して $y_B(x) = 1$ とする。

曲線の形状パラメータ n, C, a_r を決めるために用いる遮蔽条件は、

- ① 平板中心の磁界をゼロとする、
 - ② x 軸上中央近辺の磁界変化の2次微係数をゼロにする、
 - ③ $0 < x < a_r$ 間の誤差磁界が最も小さくなるようにする、
- である。①と②の条件を定式化した結果は既報²⁾に記載している。

外部磁界 H_0 が大きくなって、被遮蔽領域が平板中

心でちょうど消滅するときの外部磁界を中心到達磁界と呼び、 H_p と記す。前報¹⁾より、 H_p の値は平板アスペクト比 $\hat{a} = a/d_s$ を用いて、次式のように表される。

$$\frac{H_p}{J_c a} = \frac{1}{\pi \hat{a}} \left\{ \log(\hat{a}^2 + 1) + 2\hat{a} \tan^{-1} \left(\frac{1}{\hat{a}} \right) \right\}; \hat{a} = \frac{a}{d_s} \quad (2-2)$$

\hat{a} が零となる極限 (「スラブ」極限) での中心到達磁界を H_{ps} とすると、

$$H_{ps} = J_c a \quad (2-3)$$

となる。

本稿の議論では、 H_{ps} よりも十分小さな外部磁界 H_0 を選び、たとえば、

$$H_0/H_{ps} = H_0/(J_c a) = 0.1 \quad (2-4)$$

ととることにする。そして、この関係を様々なアスペクト比 a/d_s の場合にも適用することにしよう。すなわち、以下の数値計算において、アスペクト比 a/d_s を変化させる場合に、関係式 (2-4) を保つように制約する。

平板アスペクト比 a/d_s を変えるには、 a のみ変化、 d_s のみ変化、両方同時に変化の3方法が考えられるが、 a を変える場合には (2-4) 式より必ず H_0 も同じ割合で変えることが本稿の数値計算の前提となる。そこで、 d_s のみ変化させるほうが、 a と H_0 を固定したままにできるので、議論しやすい。

前報¹⁾にて、 d_s を規格化の基準にしたパラメータ $\hat{h}_e = H_0/(J_c d_s)$, $\hat{a} = a/d_s$, $\hat{a}_r = a_r/d_s$, $\hat{d}_r = d_r/d_s$ 等を計算に用いた。今回の数値計算でも、同じパラメータを用いれば、 $\hat{h}_e/\hat{a} = H_0/(J_c a) = 0.1$ の関係を保ちながら \hat{a} の値を種々に変えるだけで、前報と同じ Mathematica³⁾ 数値計算プログラムを使うことができる。この方法により、 \hat{a} の値を12通りに変えて ($\hat{a} = 5, 4, 3, 2, 3/2, 5/4, 1, 4/5, 2/3, 1/2, 1/3, 1/5$) 数値計算を実行し、必要な形状パラメータと被遮蔽領域内の残留誤差磁界を求めた。

3. 前線形状パラメータのアスペクト比依存性

表1に、数値計算で求められた前線形状パラメータの値を、12通りのアスペクト比 a/d_s に対して記している。係数 C の代わりに規格化された量 $C \cdot a^{-1}$ で値を示してある。アスペクト比が小さい間は、 n 次曲線が平板上平面と座標点 (a_s, d_s) で交差するので、 d_c/d_s の値は1以上になるが、平板内の最高値である1で切って記してある。一方、アスペクト比が十分大きくなると、 n 次曲線が y 軸と座標点 $(0, d_c)$ で交差す

表1 前線形状パラメータの計算結果。12通りのアスペクト比 $a(=a/d_s)$ に対する前線曲線の次数 n 、係数規格化量 $C \cdot a^{-1}$ 、 x 軸上の前線相対位置値 a_x/a 、平板上表面と n 次曲線の交点相対位置 a_s/a 、 y 軸と n 次曲線の交点相対位置 d_s/d_s の値を示すデータ。第1象限($x > 0, y > 0$) の平板外に交点が出る場合は、 $d_s/d_s = 1$ 、または $a_x/a = 0$ とした。

a/d_s	n	$C \cdot a^{-1}$	a_x/a	a_s/a	d_s/d_s
1/5	2.3400	5.671 E -04	0.88844	0.86393	1
1/3	2.8500	2.713 E -03	0.88192	0.81978	1
1/2	4.1300	9.097 E -03	0.87512	0.71584	1
2/3	5.8500	2.953 E -02	0.86856	0.55202	1
4/5	6.9300	9.521 E -02	0.86283	0.41586	1
1	7.6160	5.937 E -01	0.85367	0.25998	1
5/4	7.5200	3.753 E +00	0.84189	0.14097	1
3/2	7.0230	1.305 E +01	0.83003	0.07357	1
2	5.8720	4.655 E +01	0.80614	0.01130	1
3	4.1960	7.786 E +01	0.75598	0	0.99409
4	3.2470	6.509 E +01	0.70036	0	0.99063
5	2.6913	5.015 E +01	0.63909	0	0.98843

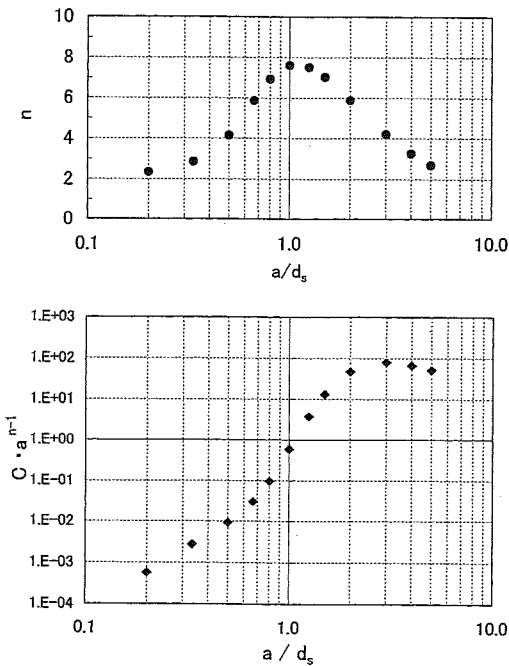


図2 (2-1)式で与えた n 次曲線の次数 n と係数 C に係る規格化量 $C \cdot a^{-1}$ のアスペクト比 (a/d_s) 依存性。 n は釣鐘型の依存性を示し、 $a/d_s = 1$ でピーク値7.6を持つ。両側の裾野部分では $n = 2$ に近い値になる。 $C \cdot a^{-1}$ はアスペクト比が大きな範囲で大きな値と緩やかなピークを持つが、アスペクト比が減少すると数桁にわたり下降する。

るので、 a_s/a の値は0で切って記してある。両者の切り替わりは $2 < a/d_s < 3$ の区間で生じる。

表1中の次数 n と係数規格化量 $C \cdot a^{-1}$ のアスペクト比依存性を図2に示す。次数 n は、アスペクト比 a/d_s に対して釣鐘型の依存性を示し、釣鐘の裾野にあたる大きな $a/d_s = 5$ の部分と、小さな $a/d_s = 1/5$ の部分では、 $n = 2$ 近傍の値をとるので、前線形状は放物線に近くなる。中間のアスペクト比範囲では次数 n は大きくなり、 $a/d_s = 1$ の付近でピーク ($n = 7.6$) をとる。つまり、平板の縦と横が等しいときに、前線は最も曲がり強い形状を示すことになる。

係数規格化量 $C \cdot a^{-1}$ は、アスペクト比が大きな範囲 $a/d_s > 2$ ではかなり大きな値をとるので、(2-1)式の Cy^n 項が大きく、曲線の曲がり強くする寄与をしている。 a/d_s が小さくなるにつれて、 $C \cdot a^{-1}$ は数桁にわたり減少する。アスペクト比が十分小さな $a/d_s < 1/2$ の範囲では、 $C \cdot a^{-1}$ も n も小さいため、(2-1)式の Cy^n 項の寄与が薄れ、前線は放物線の頂点の接線である $x_B(y) = a_x$ の直線(スラブ極限)に近づくことが予想される。

表1中の諸量 $a_x/a, a_s/a, d_s/d_s$ のアスペクト比依存性を図3に示す。アスペクト比が十分小さな $a/d_s = 1/5$ では、 a_x/a と a_s/a が約0.9弱の値でほぼ一致しているから、前線が直線 $x_B(y) = 0.89a$ (スラブ極限)に近いものであることが、これからもわかる。アスペクト比が大きくなるにつれ3者とも減少するが、 a_s/a の減少が最も急激におこり、 $a/d_s = 2$ の付近で $a_s/a = 0$ に

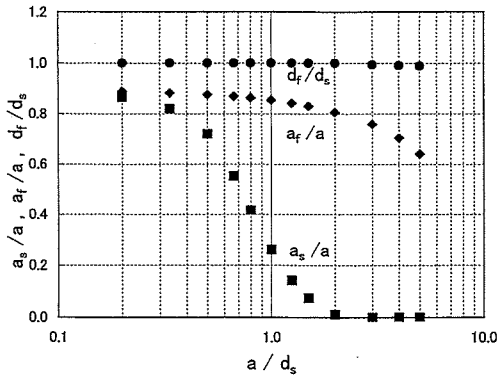


図3 表1中の前線形状パラメータ a_f/a , a_s/a , d_f/d_s のアスペクト比依存性。左端の $a/d_s=1/5$ では、 a_s/a と a_f/a が約0.9弱の値でほぼ一致している。アスペクト比が大きくなるにつれ、前線位置 a_s/a はゆっくり減少するが、 a_f/a は急速に減少して、 $a/d_s=2$ の付近で $a_s=0$ に達する。このため、 a_f と a_s の隔たりは $a/d_s=2$ の付近で最も大きくなる。 d_f/d_s は1からわずかな減少しか見られない。

達する。その後、 d_f/d_s のわずかな減少が見られる。前線位置 a_s/a もゆっくり減少し、 $a_s/a=0$ に達した後減少の割合が大きくなっている。

図4に $a/d_s=5, 2, 1, 1/2$ の4通りについて、平板右半面内の前線の形状を示した。それぞれ、次数 $n=2.7, 5.9, 7.6, 4.1$ の曲線である。また同図右部分に、11通りのアスペクト比に対する前線群を重ねて描いた結果を示す。この図より、同じ外部磁界でもアスペクト比が大きな平板ほど、中央部分に磁界が侵入し易くなる様子がよくわかる。 $a/d_s=5$ では、 x 軸上の前線位置は $a_s/a=0.64$ まで侵入している。

なお、この図では各々の平板表面位置が描かれていないが、前線曲線の途切れる上下の点を通る水平線が平板の上下面となる。垂直破線 ($x/a=1$) が平板右端の位置を表す。アスペクト比が最も小さな $a/d_s=1/5$ の前線は、この図では省略されているが、ほとんど $x=a_s=0.89a$ の直線 (スラブ極限) に一致する。

図5に、平板右半面の x 軸上の磁界分布を12通り

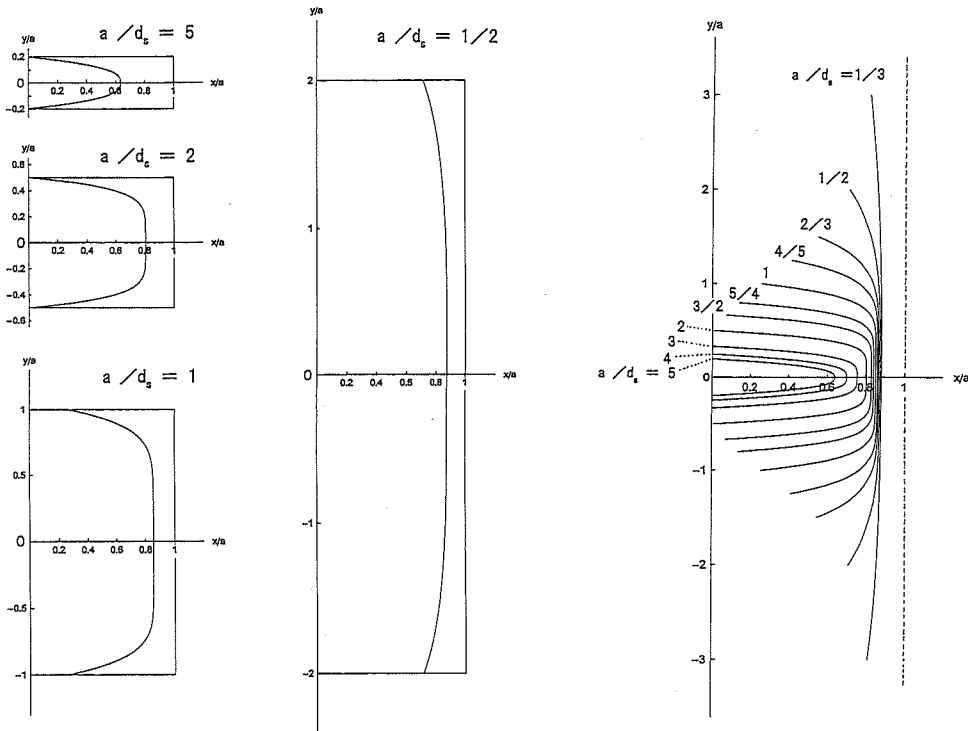


図4 左側の図は、アスペクト比 $a/d_s=5, 2, 1, 1/2$ の場合に対する平板右半面内の前線形状の計算結果を表す。それぞれ、次数 $n=2.7, 5.9, 7.6, 4.1$ の曲線である。右側の図は、11通りのアスペクト比に対する前線群を重ねて描いている。 $x/a=1$ の垂直破線が平板右端位置を表す。同じ外部磁界でもアスペクト比が大きな平板ほど、中央部分に磁界が侵入し易くなる様子がよくわかる。 $a/d_s=5$ では、 x 軸上の前線位置は $a_s/a=0.64$ まで侵入している。

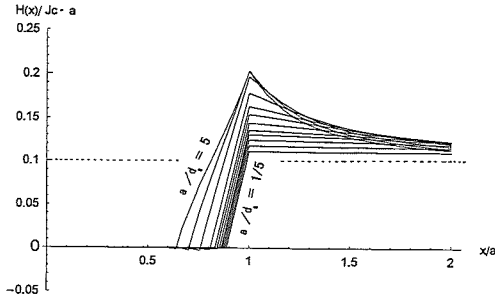


図5 平板右半面の x 軸上の磁界分布を12通りのアスペクト比に対して描いた図。磁界がゼロの領域が被遮蔽領域。遮蔽電流領域で磁界が右上がり立ち上がり、平板端部 $x=a$ でピークをとる。平板の外 $x>a$ では、遠方において点線で示した外部磁界値 $H_e(H_e/(J_c \cdot a) = 0.1)$ に一致する。一番右下側の磁界分布線が $a/d=1/5$ の場合で、平板内はほとんどスラブ極限の分布と同じ直線分布になる。

のアスペクト比に対して描いた結果を示す。縦軸は規格化磁界 $H(x)/(J_c \cdot a)$ である。原点から右側の磁界がゼロとなる部分が被遮蔽領域であり、 $x/a=0.64\sim 0.89$ 付近から磁界が右上がり立ち上がりピークに至る平板端部 $x/a=1$ までの範囲が、 x 軸上の遮蔽電流領域である。

平板の外 $x>a$ では、 x が大きくなるにつれ磁界は緩やかに減衰し、遠方において点線で示した外部磁界 $H_e(H_e/(J_c \cdot a) = 0.1)$ に一致する。

図中、一番右下側の磁界分布線が $a/d=1/5$ の場合だが、スラブ極限に近い場合、平板内部の磁界分布はきれいな直線になっている。しかし、平板端部の値は外部磁界より1割ほど高く、平板外部は極めてゆっくり下降して、遠方のおよそ $x/a=20$ 程度にならないと外部磁界値 H_e に一致しない。

被遮蔽領域では理想的には磁界が完全にゼロだが、 n 次曲線近似が原因で遮蔽できなかった残留磁界がわずかに $x=a$ の付近で見受けられる。この誤差磁界の大きさは、次節で考察する。

4. 考 察

まず、本稿の数値計算の信頼度について考察する。数値計算の方法は前報¹⁾に記しているが、前線形状パラメータ (n, C, a_c) の数値を一組与えて、2節の条件①と②から導かれる式から $\hat{a}=a/d$ と $\hat{h}_e = H_e/(J_c \cdot d_s)$ を数値計算し、あらかじめ設定された \hat{a} 値と $\hat{h}_e=0.1\hat{a}$ の値にできるだけ近づくようにパラメータ (n, C, a_c) を調整する。この調整解は、 n が変われば (C, a_c) も別の値をとるので、2節の条件③によって被遮蔽領域内の残留磁界が最も小さくなる組を探し、それを真の値に近い最適解とする。

次数 n と (C, a_c) の一組に対して、被遮蔽領域内の残留誤差磁界の平均値 $H(\text{Mean})$ が計算できる。それを外部磁界 H_e で除した値、すなわち平均値比 H

表2 本稿の数値計算の精度評価と誤差磁界の評価データ。 \hat{a} の計算値と設定値の差 $\Delta \hat{a}$ の \hat{a} に対する割合 $\Delta \hat{a}/\hat{a} = \Delta a/a$ 、また \hat{h}_e の計算値と設定値の差 $\Delta \hat{h}_e$ の \hat{h}_e に対する割合 $\Delta \hat{h}_e/\hat{h}_e = \Delta H_e/H_e$ 、および関係式 $H_e/(J_c \cdot a) = 0.1$ の達成割合を示す。さらに、被遮蔽領域内の残留磁界の平均値 $H(\text{Mean})$ と自乗平均値 $H(\text{RMS})$ を、それぞれ H_e で除した誤差磁界割合を示している。

a/d	$\Delta a/a$	$\Delta H_e/H_e$	$\Delta \left[\frac{H_e}{J_c \cdot a} - 0.1 \right] / 0.1$	$H(\text{Mean})/H_e$	$H(\text{RMS})/H_e$
1/5	-3.34E-07	6.79E-07	1.01E-07	-2.70E-06	6.43E-06
1/3	-1.53E-06	-1.14E-06	3.90E-08	5.16E-06	2.15E-05
1/2	-1.17E-09	1.18E-07	1.19E-08	-6.45E-07	1.13E-04
2/3	-3.61E-07	5.77E-08	4.18E-08	-1.05E-05	3.09E-04
4/5	8.16E-08	-2.00E-07	-2.82E-08	-1.05E-05	5.74E-04
1	-1.26E-07	-5.84E-08	6.76E-09	1.34E-06	1.18E-03
5/4	4.00E-07	7.89E-07	3.88E-08	1.90E-06	2.20E-03
3/2	-3.91E-08	-2.75E-06	-2.72E-07	5.34E-07	3.28E-03
2	9.56E-08	-1.97E-06	-2.07E-07	6.25E-07	5.01E-03
3	9.88E-08	-5.20E-07	-6.19E-08	-8.58E-06	5.90E-03
4	1.81E-08	3.18E-07	3.00E-08	-5.55E-06	4.46E-03
5	-7.27E-08	1.78E-07	2.50E-08	1.49E-06	2.41E-03

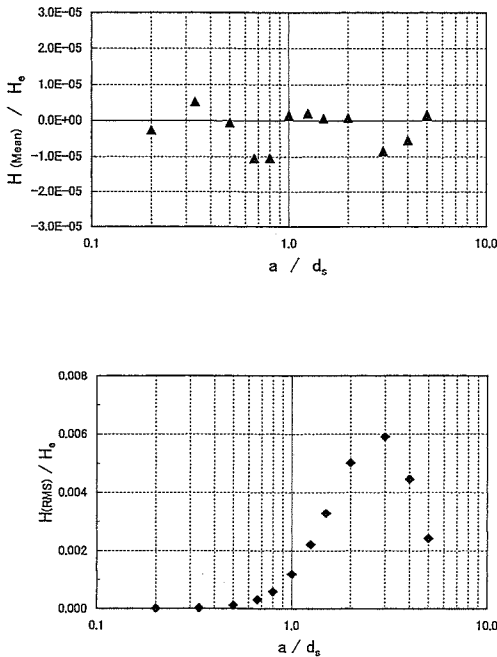


図6 被遮蔽領域内の残留磁界の平均値 $H(\text{Mean})$ 、および自乗平均値 $H(\text{RMS})$ を H_e で除した値のプロット。平均値比 $H(\text{Mean})/H_e$ は絶対値がおよそ 1×10^{-5} 未満である。自乗平均値比 $H(\text{RMS})/H_e$ は釣鐘型のアスペクト比依存性があり、 $a/d_s=3$ でピーク値 6×10^{-3} を持つ。

$(\text{Mean})/H_e$ ができるだけ零に近づくように、 n 値を細かく調整していく。最終的な遮蔽度は、平均値比 $H(\text{Mean})/H_e$ の絶対値がおよそ 1×10^{-5} 未満になるレベルに設定した。その結果を表2中に記し、さらに図6中にプロットしている。

表1中には調整結果で得られた n 値が示されているが、アスペクト比が1未満の範囲では n 値は小数点下2桁であり、1~4の範囲では小数点下3桁、5では小数点下4桁まで与えられている。この事情は、大きなアスペクト比ほど n のわずかなずれで誤差磁界が大きくなる傾向があるため、細かい桁まで設定する必要があったことによる。

前報¹⁾の図2に示したように、被遮蔽領域内の残留誤差磁界分布は前線位置 a_r に近づいたあたりで大きく変化する。その磁界分布の平均値を零に近づけても正值と負値の分布が打ち消しあっているだけの場合もある。そこで、残留磁界の自乗平均値 $H(\text{RMS})$ を求め、これを外部磁界 H_e で除した値を表2中に記し、さらに図6にプロットした。自乗平均値比 $H(\text{RMS})/H_e$

H_e はアスペクト比による依存性があり、図6に示すように $a/d_s=3$ でピーク値 6×10^{-3} を持つ釣鐘型曲線で表される。

この釣鐘型曲線は、次数 n のアスペクト比依存性(図2)に似ているが、ピーク位置にずれがある。(n の場合は $a/d_s=1$ の付近でピークを取る。) 図3より、 $a/d_s=1$ から $a/d_s=3$ に向かう部分を見ると、 a_r/a 値が0.25から0に急速に落ちている一方で、 a_r/a は緩慢にしか減ってない。よって、 a_r と a_s の隔たりは $a/d_s=3$ の所で最大になっている。このような伸びた電流領域で x 軸上の被遮蔽領域全体をシールドすることに無理がでて、自乗平均値比 $H(\text{RMS})/H_e$ が一番大きくなったものと考えられる。

しかし、自乗平均値比 $H(\text{RMS})/H_e$ の最大が 6×10^{-3} であるから、被遮蔽領域の誤差磁界を外部磁界の0.6%未満に抑えており、実用上十分な精度を有すると考えられる。

次に、本稿では H_e と a の関係は(2-4)式により $H_e/(J_c a)=0.1$ で制約を与えているが、上記のような精度を上げた数値計算は、どの程度この制約を満たしているのかを調べた。形状パラメータ (n, C, a_r) 調整の過程で計算される \hat{a} と \hat{h}_e をあらかじめ設定された値に精密に近づけていくのだが、結果としてどのくらい近づけられたかがまず問題となる。そこで、 \hat{a} の計算値と設定値の差 $\Delta \hat{a}$ を \hat{a} で割って、誤差割合 $\Delta \hat{a}/\hat{a}$ を求める。その値を表2中に $\Delta a/a$ として記載している。同様に \hat{h}_e の計算値と設定値の差 $\Delta \hat{h}_e$ を \hat{h}_e で割って、誤差割合 $\Delta \hat{h}_e/\hat{h}_e$ を求める。その値を表2中に $\Delta H_e/H_e$ として記載している。得られた結果は、 $\Delta a/a$ も $\Delta H_e/H_e$ も 3×10^{-6} 未満となった。両者の結果から、 $H_e/(J_c a)=0.1$ の関係からのずれの度合いも求められ、表2中に示すように、 3×10^{-7} 未満の誤差割合となった。これは十分な精度であると考えられる。

5. ま と め

条件 $H_e/(J_c a)=0.1$ を保ったままで、平板アスペクト比 a/d_s を1/5~5の範囲にわたり変化させて調べた結果、前線形状を n 次曲線で近似する方法は、精度の高い有効な方法であることがわかった。その精度は、被遮蔽領域の自乗平均誤差磁界を外部磁界の0.6%未満に抑える程度と評価できる。

次数 n はアスペクト比 a/d_s に対して釣鐘型の依存性を示し、 $a/d_s=1$ 付近でピーク7.6を持った。すな

わち、平板の縦と横の長さが同じとなる場合に、前線曲線は次数7.6の大きな曲がりを示す。逆に、アスペクト比が小さい ($a/d_s=1/5$) 場合と大きい ($a/d_s=5$) 場合の両端では、緩やかな放物線に近い曲線の一部となり、 $a/d_s=1/5$ ではスラブ極限に近く、前線はほぼ直線的になる。

同じ外部磁界でもアスペクト比が大きな平板ほど、中央部分に磁界が侵入し易くなる。アスペクト比が最も小さな $a/d_s=1/5$ の前線は $x/a=a_s/a=0.89$ の直線 (スラブ極限) にほぼ一致するが、 $a/d_s=5$ では、 x 軸上の前線位置は $a_r/a=0.64$ まで侵入する。

本稿では、比較的低い外部磁界条件 $H_e/(J_c a)=0.1$

を設定して、形状パラメータのアスペクト比依存性を与えたが、中～高磁界条件の場合も同じ方法で議論できると思われる。

参 考 文 献

- 1) 野田 稔：福岡工業大学研究論集，第36巻，第2号，pp.193-199，2004.
- 2) 野田 稔：福岡工業大学研究論集，第35巻，第2号，pp.225-230，2003.
- 3) Wolfram research Co.