

福岡工業大学 機関リポジトリ

FITREPO

Title	垂直磁界中で厚み方向に等間隔配置された超伝導薄板列内の電流前線
Author(s)	野田稔
Citation	福岡工業大学研究論集 第43巻2号(通巻66号) P93-P97
Issue Date	2011-2
URI	http://hdl.handle.net/11478/1290
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	Publisher

Fukuoka Institute of Technology

垂直磁界中で厚み方向に等間隔配置された超伝導薄板列内の電流前線

野 田 稔 (電子情報工学科)

Current Fronts in Superconducting Thin Plates Aligned in Order with Face to Face Periodically under a Perpendicular Magnetic Field

Minoru NODA (Department of Information Electronics)

Abstract

A vertical alignment of superconducting thin plates in order with face to face under a perpendicular magnetic field gives some influence on a configuration of a shielding current front in each plate. In the case of inverse aspect ratio $\alpha=0.01$ and normalized interval between adjacent plates $\gamma=3$, a current front is determined numerically by magnetic shielding conditions. Calculation results including contributions of many adjacent plates show that a current region width is extremely small in a vertical alignment of plates, compared with the case of a horizontal alignment. The flux penetration is effectively prevented from current groups in plates in vertical positions.

Key words: *vertical alignment of superconducting thin plates, perpendicular field, aspect ratio, shielding current front curve, interval between adjacent plates*

1. はじめに

超伝導テープの巻線パンケーキ・コイルで、多層巻ソレノイド・コイルをつくり、電流を流すとコイル端部に斜め磁界が加わる。すなわち、テープ面に垂直な磁界成分が現れる。垂直磁界が交流変化した場合、超伝導薄板に発生する交流損失は、薄板の幅が大きいほど損失密度が大きくなるので、その影響を調べることは重要である。

これまでに、本研究では、超伝導薄板が単独に存在する場合と、薄板の横方向列集団がある場合について、薄板内の電流分布をアスペクト比や外部磁界の関数として数値的に決定してきた。¹⁻⁶⁾多層巻ソレノイド・コイルの場合は、テープの厚み方向に積み重ねられたテープ列集合がある。その場合、薄板内の電流分布がどのように変わるかを知ることが実際上の応用面からみて必要である。

本研究では、超伝導薄板の厚み方向列の存在がどの程度薄板内の電流分布に影響を与えるかを調べることを目的とする。近接する薄板列の上下5層までの寄与をとり、電流前線パラメータを決定する。その際に用いる遮蔽条件は、平板中心での磁界ゼロとその付近での磁界変化の2次微係数ゼロである。平板列の影響の度合いは、薄板幅に対する板厚み、すなわちアスペクト比によっても変わると考えら

れるが、今回は、アスペクト比が100の場合に固定した。数値計算にはMATLAB⁷⁾を用いた。

2. 前線形状の式と遮蔽条件

直交座標(X, Y, Z)において、 Z 方向に無限長で、 X 方向の幅 $2D_x$ 、 Y 方向の厚み $2D_y$ を持つ超伝導平板が、 Y 方向に等間隔に配置されている。隣接する平板の中心間隔を L_y とする。平板面に垂直な方向(Y 方向)に磁界 H_e がかかる場合を考える。平板内部を磁気遮蔽するための超伝導電流は Z 方向に流れる。逆アスペクト比を $\alpha=D_y/D_x$ で与え、規格化座標 $x=X/D_x$ 、 $y=Y/D_y$ を導入する。また、上下隣接平板の中心間隔 L_y を D_y で規格化したパラメータを $\gamma=L_y/D_y$ とする。

図1に、規格化座標で表した平板列を示す。 $\gamma>2$ である。図1中の座標原点を中心にもつ平板に対し、上下の $y=\pm\gamma$ を中心とする平板①、①'を“第1近接平板”と呼ぶことにする。図1には描かれていないが、平板①の上側、①'の下側には $y=\pm 2\gamma$ を中心とする“第2近接平板”②、②'がある。さらに、その上下外側に“第3近接平板”(中心 $y=\pm 3\gamma$)、“第4近接平板”(中心 $y=\pm 4\gamma$)、“第5近接平板”(中心 $y=\pm 5\gamma$)、…のように平板列をなしているとする。次に、外部磁界 H_e の規格化量を

$$h_e = H_e / H_{PB}; H_{PB} = (2/\pi) J_c D_y \quad (2.1)$$

で与える。超伝導平板中を流れる超伝導電流の密度 J_c は一

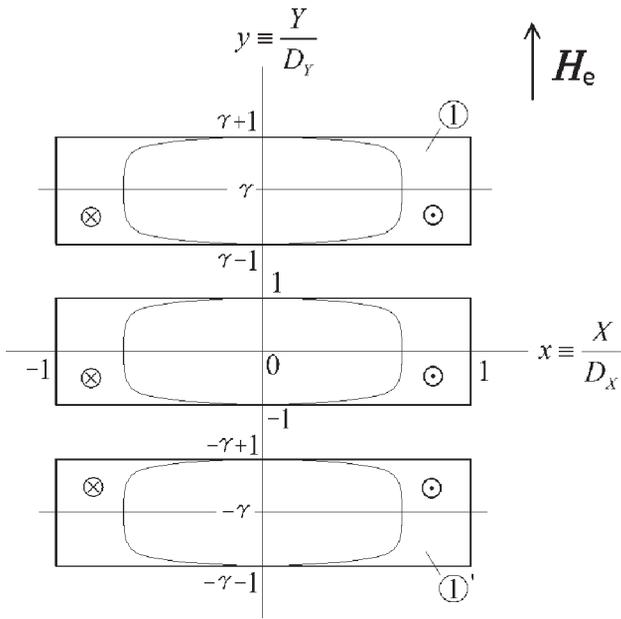


図1 平板に垂直な磁界中で、磁界方向に重ねられた薄い超伝導平板列。水平、垂直方向の規格化座標 (x, y) 、および上下隣接平板中心間隔の規格化パラメータ γ の定義は本文参照。

定と仮定する。磁界 H_{PB} は、幅 $2D_Y$ のスラブ面に平行磁界がかかった場合における中心到達磁界 $J_c D_Y$ の $(2/\pi)$ 倍の値をもつ量である。

座標原点を平板中心に持つ平板内の電流前線の規格化位置 $x_F(y)$ は、既報⁵⁾に示したように、薄板の極限 (Brandt & Indenbom⁸⁾, Yamafuji et. al.⁹⁾ の議論にもとづき、

$$|x_F(y)| = \frac{x_{F0}}{\sqrt{1 + (\nabla/T)^2}} \quad (2.2)$$

の形で与えられるとする。ここに、

$$T = \tan\left(\frac{\pi}{2}(1 - |y|)\right) \quad (2.3)$$

である。また、 x_{F0} は電流前線が x 軸を切る位置、つまり $x_{F0} = x_F(0)$ であり、区間 $x_{F0} < |x| < 1$ では電流が板厚全体にわたり分布する。(2.2)と(2.2)式より、電流前線の形 $x_F(y)$ は図2のように与えられる。これは図1の中心平板の第1象限における前線曲線に対応している。パラメータ ∇ が大きくなるほど、前線形状は直線的になってゆくことがわかる。

x_{F0} と ∇ は一般に規格化磁界 h_e と逆アスペクト比 α および平板列間隔パラメータ γ に依存するパラメータであり、これを数値的に定めることが電流分布の決定とみなせる。

電流前線で囲まれた被遮蔽領域内では磁界が完全にゼロとなるべきだが、式(2.2)の電流前線は近似曲線なのですべてをゼロにはできない。そこで、原点付近で x 軸上の磁界を x で展開したときの初項と第2項がゼロとなるように与えることにする。すなわち、原点における磁界がゼロ、および原点付近の磁界の2次微係数がゼロという条件を与え

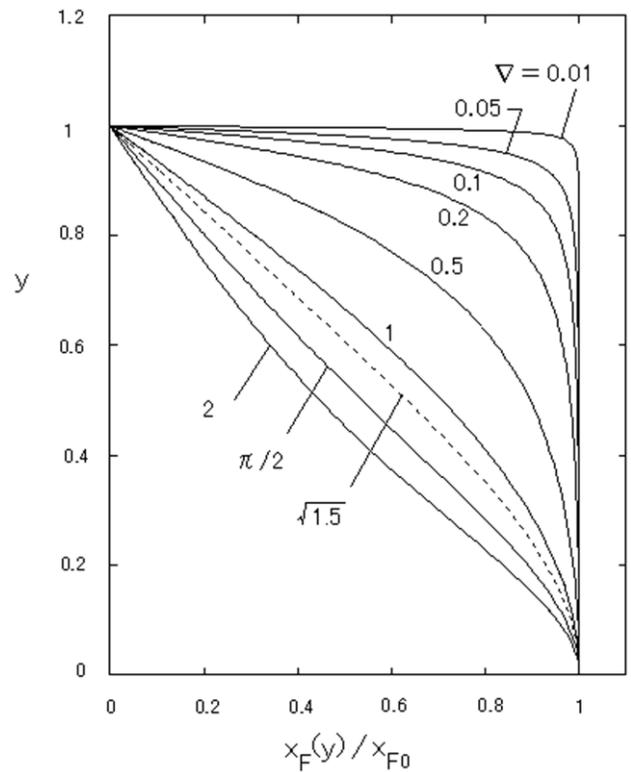


図2 平板内の電流前線の規格化位置 $x_F(y)$ を与える(2.2), (2.3)式を図示した結果。横軸は x 軸上の前線の規格化位置 $x_{F0} \equiv x_F(0)$ で規格化している。

て、2つの電流前線パラメータ x_{F0} と ∇ を定める。原点の磁界遮蔽条件は、既報⁵⁾の(2.12)式より次式で与えられる。

$$h_e = (1/2)S_1(1) \quad (2.4)$$

ただし、 $S_1(1)$ は次式より与えられる積分量の $y \rightarrow 1$ 極限である。

$$S_1(y) \equiv \int_0^y f_1(y_0) dy_0 \quad ; \quad (2.5)$$

$$f_1(y) \equiv \ln\left(\frac{1 + \alpha^2 y^2}{x_F(y)^2 + \alpha^2 y^2}\right) + \ln(P_1(y)) \quad (2.6)$$

$$P_1(y) \equiv \prod_{k=1}^{\infty} \frac{1 + \alpha^2(k\gamma + y)^2}{x_F(y)^2 + \alpha^2(k\gamma + y)^2} \times \frac{1 + \alpha^2(k\gamma - y)^2}{x_F(y)^2 + \alpha^2(k\gamma - y)^2} \quad (2.7)$$

(2.6)式の右辺は、第1項が平板1枚単独で存在するときの寄与であり、第2項 $\ln(P_1(y))$ は、上下の平板列群からの寄与である。(2.7)式において、番号 $k=1, 2, 3, \dots$ が、第1, 2, 3, ...近接平板の各寄与を表している。

x 軸上原点付近の磁界変化の2次微係数がゼロになる条件は、既報⁵⁾と同様に

$$0 = R - S_2(1) \quad (2.8)$$

と表される。ここに、 R は次式より与えられる。

$$R \equiv \frac{1}{1 + \alpha^2} + R_1 \quad ; \quad (2.9)$$

$$R_1 \equiv \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{k\gamma + 1}{1 + \alpha^2(k\gamma + 1)^2} - \frac{k\gamma - 1}{1 + \alpha^2(k\gamma - 1)^2} \right) \quad (2.10)$$

(2.9)式の右辺は、第1項が平板1枚単独で存在するときの寄与であり、第2項 R_1 は、上下の平板列群からの寄与である。(2.10)式において、番号 $k=1, 2, 3, \dots$ が、第1, 2, 3, \dots 近接平板の各寄与を表している。

また、 $S_2(1)$ は次式の $y \rightarrow 1$ 極限より与えられる。

$$S_2(y) \equiv \int_0^y f_2(y_0) dy_0 \quad (2.11)$$

$$f_2(y) \equiv \frac{x_F(y)^2 - \alpha^2 y^2}{(x_F(y)^2 + \alpha^2 y^2)^2} + Q_2(y) \quad (2.12)$$

$$Q_2(y) \equiv \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{x_F(y)^2 - \alpha^2 (\gamma + y)^2}{\{x_F(y)^2 + \alpha^2 (\gamma + y)^2\}^2} + \frac{x_F(y)^2 - \alpha^2 (\gamma - y)^2}{\{x_F(y)^2 + \alpha^2 (\gamma - y)^2\}^2} \right) \quad (2.13)$$

(2.12)式の右辺は、第1項が平板1枚単独で存在するときの寄与であり、第2項 $Q_2(y)$ は、上下の平板列群からの寄与である。(2.13)式における番号 $k=1, 2, 3, \dots$ が、第1, 2, 3, \dots 近接平板の各寄与を表している。

3. 電流前線形状パラメータ ∇ と x_{F0} の関係

本報告の計算では簡単のため、逆アスペクト比 $\alpha=0.01$ に固定する。本節では、平板と平板の間隙を厚み半幅にした場合、すなわち、 $\gamma-2$ を1に等しくとる場合を考える。よって、 $\gamma=3$ である。この場合、 x 軸上原点付近の磁界変化の2次微係数がゼロになる条件式(2.8)を満たすように、前線形状パラメータ ∇ と x_{F0} の組を数値的に求めた。その結果の ∇ と x_{F0} の関係を図3のグラフに示す。また、横軸に $1-x_{F0}$ を、縦軸に ∇ を両対数でプロットしたグラフを図4に示す。

両図とも、実線曲線が6本、点線曲線が1本描かれている。実線曲線6本には0から5までの番号が付してあり、点線曲線には記号Pをつけている。実線の番号0の曲線は平板が1枚単独で存在するときの結果である。

番号1の曲線は“第1近接平板”①、①まで含めた結果であり、番号2の曲線は“第2近接平板”②、②まで含めた結果、同様に、番号3, 4, 5の曲線は、それぞれ“第3近接平板”、“第4近接平板”、“第5近接平板”の寄与まで取り入れた結果である。記号Pをつけた点線曲線は、前稿で求めた平板の左右群列の結果の一つで、左右5個ずつ含めた場合を示している。これは、実線の番号5に示した y 方向の平板群列上下5個の結果と対比できるものである。

図3において、前線形状パラメータ ∇ と x_{F0} の関係は、まず番号0の曲線が示すように、単独平板では x_{F0} が値1から小さくなるにつれ ∇ は速やかに大きくなる傾向を持つ。これは、磁界が増えてきて x_{F0} が値1から小さくなると、図2の前線形状が ∇ の小さな角ばった曲線から、 ∇ の大きな直線的な曲線へ移行する様子に対応している。図3の番号1~5の曲線群も、だいたい同様の傾向を持つが、

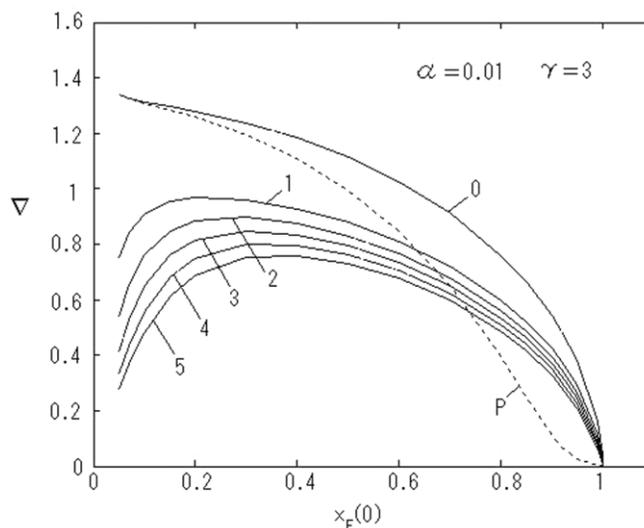


図3 $\alpha=0.01, \gamma=3$ の場合、前線形状パラメータ ∇ と x_{F0} の関係。図中番号0の実線は単独平板の場合。番号1~5の実線は上下近接平板の寄与を入れた場合。記号Pの点線は、左右近接平板5個のときの結果。

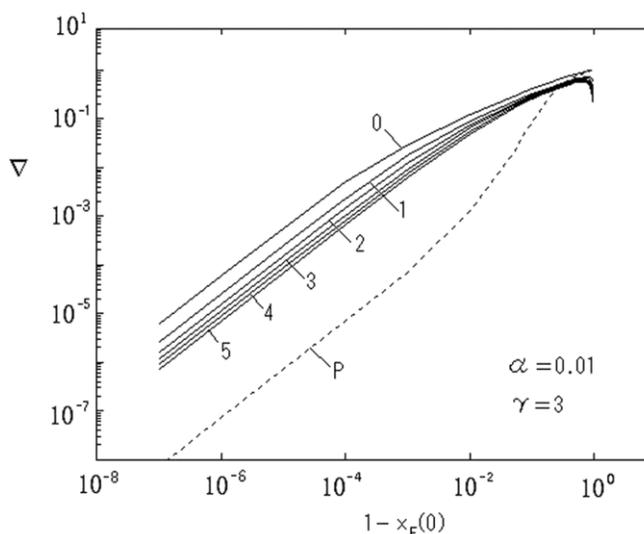


図4 図3と同様の条件で、横軸に $1-x_{F0}$ を、縦軸に ∇ をとり、両対数目盛でプロットしたグラフ。曲線の意味は図3と同じ。

番号0の曲線よりかなり下に位置し、番号が大きいくほど ∇ 値の小さな側へずれている。これより、平板列の影響は ∇ 値を小さくする向きに、すなわち前線が角ばった形状をなるべく維持するように現れることがわかる。記号Pの点線曲線は左右5個平板群列の結果だが、 x_{F0} が値1に近い付近で実線群と大きな相違が出ており、前線が角ばった形状のまま内部に侵入することを示している。

番号1~5の曲線群は x_{F0} が0.2~0.4付近で ∇ 値のピークをとり、 x_{F0} の小さな領域で下がっている。 y 方向に重ねられた平板群は、究極的には磁界方向に平行に延びた

スラブと同じになると予想され、その場合には、前線はスラブ表面に平行な線となるため、前線が y 軸上の平板表面を通ると仮定した現在のモデルが有効でなくなる。このような事情が x_{F0} の小さな領域で起こり始めた結果、角ばった形状に戻ったのではないかと推察される。

図4では、 x_{F0} が値1に近く、 $1-x_{F0}$ が小さくなる微小磁界範囲において、全部の曲線が対数的に平行な直線群になっており、その直線の傾きより ∇ は $1-x_{F0}$ に比例することがわかる。既報⁵⁾より番号0の曲線は十分低磁界で近似式

$$\nabla = (0.7/\alpha)(1-x_{F0}) \quad (3.1)$$

により表される。番号5は番号0の曲線よりも約1桁下、番号Pは番号0の曲線よりも約3桁下と見積もられる。平板列を構成すると単独平板よりも ∇ 値は下がるが、左右方向 (x 方向) に配置するよりも上下方向 (y 方向) に重ねて配置するほうが ∇ 値は2桁ほど大きいことがわかる。

4. 前線パラメータの磁界依存性

$\alpha=0.01$ と $\gamma=3$ の場合に、前節で得られた解の組 (x_{F0} , ∇) を使って(2.4)~(2.7)の数値計算を行い、規格化磁界 h_e を求める。その組 (x_{F0} , ∇ , h_e) より、 ∇ の磁界依存性を表したグラフを図5に示す。また、 $1-x_{F0}$ の磁界依存性を表したグラフを図6に示す。両図とも両対数目盛なので十分低磁界までの結果を表している。図中、実線曲線の番号0~5と、点線曲線(記号P)の意味は、図3、図4と同じである。

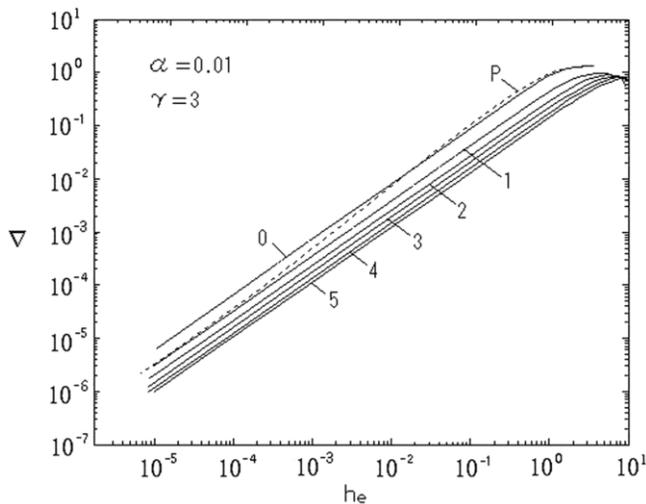


図5 $\alpha=0.01$, $\gamma=3$ の場合、横軸に規格化磁界 h_e をとり、 ∇ の磁界依存性を両対数目盛で表したグラフ。曲線の意味は図3と同じ。

図5において、前線形状パラメータ ∇ と h_e の関係は、まず番号0の曲線が示すように、単独平板のとき $h_e < 10^{-1}$ の

微小磁界範囲では、直線 $\nabla = h_e$ あるいは $\nabla = \tanh h_e$ と一致する(既報⁵⁾)。この低磁界範囲では、番号0~5の曲線群は平行で、番号が大きくなる程 ∇ 値は小さい側に来ている。記号Pの点線曲線が番号0の単独平板とあまり変わらないのに比べると、番号5の実線の ∇ 値は番号0の約1/7に小さくなっている。低磁界 $h_e < 10^{-1}$ での前線形状の角ばり傾向は、上下方向に重ねられた平板群によって一層角ばることになる。

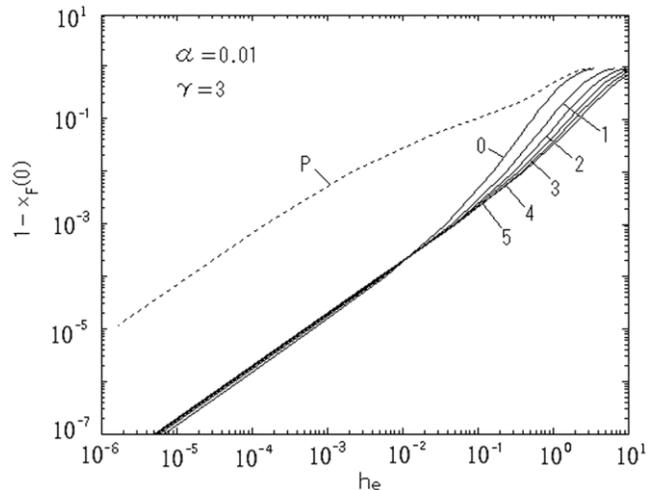


図6 図5と同様の条件で、 $1-x_{F0}$ の磁界依存性を両対数目盛で表したグラフ。曲線の意味は図3と同じ。

次に、図6によると、 $1-x_{F0}$ は $h_e < 10^{-2}$ の小さな微小磁界範囲において、全部の実線曲線0~5がほぼ一致する。よって、この磁界範囲では、上下方向に重ねられた平板群の影響がほぼなく、単独平板の場合と変わらないという結果を得た。単独平板の場合、微小磁界範囲では、既報⁵⁾より、 $1-x_{F0} = (\alpha/0.7) h_e$ (4.1) で表わされるので、これが上下平板列の場合も $h_e < 10^{-2}$ の範囲で適用できることになる。

一方、 $h_e < 10^{-2}$ の大きな磁界範囲では、番号0よりも番号1~5の曲線がだんだん下側に移動していき、番号5はむしろ(4.1)式の直線に近づくように見える。これは、上下隣接平板電流は当該平板の磁気遮蔽を強め、磁束侵入を妨げるように働くから、平板数が多いほど当該平板の電流領域を減らしてもよいことから理解される。

図6の点線(P)に比べ、低磁界では実線が3桁ほど小さい。これは、上下平板配列よりも1層の左右平板列配置の方が、平板端部の前線形状に与える影響が圧倒的に大きいことを表している。1層の左右平板列配置の場合、隣の平板電流が磁気遮蔽を弱めるので、その分を当該平板の電流領域を増して遮蔽を賄う必要がある。そのため、単独平板の場合よりも前線がより内部へ動くことは、前報⁶⁾の結果で明らかである。

5. まとめ

本報告では、逆アスペクト比 $\alpha=0.01$ に固定した。上下方向の平板列間隔パラメータ γ を $\gamma=3$ の場合に設定して、電流線のパラメータ (∇, x_{F0}) およびその磁界依存性が、平板列の影響をどの程度受けるかを調べた結果、

- (1) 単独平板の場合と同様に、 x_{F0} が 1 から小さくなるにつれ ∇ は速やかに大きくなる傾向を持つ。但し、単独平板に比べると上下平板列の影響は、 ∇ 値を小さくする向きに、すなわち前線が角ばった形状をなるべく維持するように現れる。
- (2) 平板列を構成すると単独平板よりも ∇ 値は下がるが、微小磁界範囲では、左右方向 (x 方向) に配置する場合に比べ、上下方向 (y 方向) に重ねて配置するほうが ∇ 値は 2 桁ほど大きい。
- (3) 低磁界 $h_e < 10^{-1}$ での前線形状の角ばり傾向は、上下 (y) 方向に重ねられた平板群によって一層角ばる影響を受ける。
- (4) $h_e < 10^{-2}$ の小さな微小磁界範囲において、 x 軸上の電流領域幅 $1-x_{F0}$ は単独平板の場合と変わらない磁界依存性を示し、上下 (y) 方向に重ねられた平板群の影響がほぼない。
- (5) 比較的大きな磁界範囲 $h_e > 10^{-2}$ では、電流領域幅 $1-x_{F0}$ は単独平板よりも小さな値になり、その磁界変化も重畳平板数が多いほど微小磁界の直線特性に近い緩やかな増加を示す。
- (6) $h_e < 10^{-2}$ の小さな微小磁界範囲において、平板端部の電流領域幅 $1-x_{F0}$ の値に与える効果は、上下平板配列の方が左右平板列配置よりも 3 桁ほど小さい。

という結果を得た。

よって、上下平板配列群の垂直磁界を 0 からしだいに増していくとき、微小磁界の範囲 $h_e < 10^{-2}$ では、平板端部の電流領域幅 $1-x_{F0}$ の値は単独平板の場合の値と変わらず、ほぼ直線関係 ($1-x_{F0} \propto h_e$) をもって増加してゆく。 $h_e > 10^{-2}$ では、 $1-x_{F0}$ は重畳平板数が多いほど単独平板よりも小さな値をとり、微小磁界の直線特性に近い緩やかな増加を示す。

上下平板配列群と左右平板列群が同時に存在する実際的な系では、二つの寄与が逆向きに働く。上下平板配列群が密に無数に配置されるほど、磁束侵入への遮蔽が強まり、左右平板列からの寄与が薄れていく。そして、その究極としてスラブ平板面に平行磁界の場合があると考えられる。

参考文献

- 1) 野田 稔：垂直磁界下における超伝導平板中の遮蔽電流前線 II, 福岡工業大学研究論集, 第35巻, 第 2 号, pp.225-230, 2003.
- 2) 野田 稔：超伝導平板中の遮蔽電流前線形状の磁界依存性, 福岡工業大学研究論集, 第36巻, 第 2 号, pp. 193-199, 2004.
- 3) 野田 稔：垂直磁界中に置かれた超伝導平板内遮蔽電流前線の平板アスペクト比依存性, 福岡工業大学研究論集, 第37巻, 第 2 号, pp.177-183, 2005.
- 4) 野田 稔：垂直磁界中の超伝導平板におけるベクトルポテンシャル分布, 福岡工業大学研究論集, 第38巻, 第 2 号, pp.153-160, 2006.
- 5) 野田 稔：垂直磁界中における超伝導薄板内の電流前線, 福岡工業大学研究論集, 第41巻, 第 2 号, pp. 113-120, 2009.
- 6) 野田 稔：垂直磁界中の超伝導薄板内電流前線への薄板列の影響, 福岡工業大学研究論集, 第42巻, 第 2 号, pp.123-127, 2010.
- 7) The MathWorks, Inc.
- 8) Brandt E H and Indenbom M: Phys. Rev. **B48** (1993) 12893-12906
- 9) K.Yamafuji, M.Noda, T.Fujiyoshi: Effect of the Aspect Ratio of a Superconducting Tape on the AC Loss in Perpendicular External Magnetic Field, Res. Bull. Fukuoka Inst. Tech. **40**, pp.199-208, 2008