

# 福岡工業大学 機関リポジトリ

## FITREPO

Title	斜め磁界中の超伝導平板内電流分布に関する考察
Author(s)	野田 稔
Citation	福岡工業大学研究論集 第39巻第2号 P215-P217
Issue Date	2007-2
URI	<a href="http://hdl.handle.net/11478/926">http://hdl.handle.net/11478/926</a>
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	Publisher

Fukuoka Institute of Technology

## 斜め磁界中の超伝導平板内電流分布に関する考察

野 田 稔 (電子情報工学科)

## Note on Current Distribution of a Superconducting Plate in an Oblique Magnetic Field

Minoru NODA (Department of Information Electronics)

## Abstract

When a magnetic field is applied obliquely to the surface of a superconducting plate, a shielded region is formed in its interior space surrounded by shielding currents. In case of a plate having infinitely small thickness, a configuration of the current front can be well described by a model proposed by G.P.Mikitik, E. H.Brandt et.al.<sup>1)</sup> In order to investigate the applicability of this current model to a thicker plate, the center field produced by the current distribution is calculated numerically in low and medium range of external field, which does not cause full flux penetration to the plate center. As is expected for this model, a magnitude and an angle of the remaining field in the center are very small in a small range of  $\alpha$ , where  $\alpha$  is defined by the ratio of a plate thickness to its width. However, these values build up and magnetic shielding becomes incomplete when  $\alpha$  is larger than 0.1. As a result, it can be concluded that this current model is not applicable for  $\alpha$  larger than 0.17, for which an other adequate model will be expected.

Key words: *superconducting plate, oblique field, shielding current front, Brandt model, the ratio of a plate thickness to its width*

## 1. はじめに

無限に長いストリップ状超伝導平板 (幅  $2a$ , 厚み  $2d_s$ ) に対し, 断面内で斜め方向に外部磁界が印加された場合, 平板内の電流分布がどうなるかは完全には把握されていない。ただ, 逆アスペクト比  $\alpha (\equiv d_s/a)$  が極めて小さい極限での電流分布モデルは Mikitik & Brandt 達<sup>1)</sup>によって提示されており, これが大きな  $\alpha$  値の場合について考察する手がかりになると思われる。ただし, そのような考察の前に, このモデル (以降, 「Brandt モデル」と呼ぶ。) が適用可能な  $\alpha$  の範囲を検証しておく必要がある。

検証には, 平板中央の磁界遮蔽条件を用いるのが最

も簡単であろう。外部磁界が小さい場合は, 平板の周囲部分から磁束が侵入するから, 中心付近には磁束の侵入していない被遮蔽領域が存在する。磁束侵入領域には超伝導電流が流れていて, 被遮蔽領域では電流はゼロである。この両領域の境界を磁束前線または電流前線と称する。被遮蔽領域が消滅しない限りは, 平板中心点における磁束密度はゼロとなる。すなわち, 外部磁界  $H_e$  と平板内分布電流が作る磁界  $H_{J_0}$  が完全に打ち消しあう。

平板面に垂直な法線方向 (厚み方向) から角度  $\theta$  だけ傾いた斜めの外部磁界  $H_e$  の場合, 平板内電流によって中心に作られる磁界  $H_{J_0}$  は, 大きさが  $H_e$  と同じで, 傾き角が  $\pi + \theta$  の方向となるはずである。

この遮蔽条件が上述の Brandt モデルで十分成り立つと見なされる  $\alpha$  の範囲を数値的に調べるのが, 本稿の目的である。今回は, 代表的な外部磁界条件とし

て、

$$H_e = (0.15 \sim 0.7) H_{p\theta}; \theta = \pi/4 \quad (1.1)$$

を与えた場合を考察する。ここに、 $H_{p\theta}$  は

$$H_{p\theta} = J_c d_s / \sin \theta \quad (1.2)$$

で与えられる特性磁界である。 $J_c$  は超伝導臨界電流密度であり、簡単のため電流領域内では一定の値を持つと仮定する。Brandt モデルで (1.1) 式を満たす電流前線パターンは、付録の図A.1で与えられる。以下の解析および図表示には MATLAB<sup>®</sup> を活用した。

## 2. 平板中心磁界の計算方法

超伝導平板 (幅  $2a$ , 厚み  $2d_s$ ) の幅方向に  $X$  軸をとる、厚み方向に  $Y$  軸をとって、平板の中心に原点が来るようにすると、平板は  $-a \leq X \leq a$ ,  $-d_s \leq Y \leq d_s$  の範囲になる。この平板中を、電流は  $\pm Z$  方向、すなわち紙面に垂直な方向に流れる。

平板右側の電流領域内の点  $(X, Y)$  にある電流要素  $d\mathbf{I} = \mathbf{i}_z J_c dX dY$  と、平板左側の電流領域内の点  $(-X, -Y)$  にある電流要素  $-d\mathbf{I} = \mathbf{i}_z J_c dX dY$  が、原点に作る磁界要素  $d\mathbf{H}_{j0}$  は、点  $(X, Y)$  から原点へ向かうベクトルを  $\mathbf{R}$  とすれば、

$$\begin{aligned} d\mathbf{H}_{j0} &= \frac{d\mathbf{I} \times \mathbf{R}}{2\pi R^2} + \frac{-d\mathbf{I} \times (-\mathbf{R})}{2\pi R^2} \\ &= \frac{J_c dX dY}{\pi} \left( \frac{Y}{X^2 + Y^2} \mathbf{i}_x + \frac{-X}{X^2 + Y^2} \mathbf{i}_y \right) \end{aligned} \quad (2.1)$$

で与えられるので、点  $(X, Y)$  を右側の電流領域範囲で動かして上式を積分すれば、電流分布が平板中心につくる磁界  $\mathbf{H}_{j0}$  の  $X$  成分  $H_{j0x}$  と、 $Y$  成分  $H_{j0y}$  が得られる。上式中、記号  $\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y, \mathbf{i}_z$  は、 $X, Y, Z$  方向の単位ベクトルである。

右側と左側の電流領域境界線、および右側の電流領域と被遮蔽領域との境界線から成る一連の電流前線の座標を  $X_F(Y)$  と表し、規格化座標と逆アスペクト比を

$$x = \frac{X}{a}, \quad y = \frac{Y}{d_s}, \quad x_F(y) = \frac{X_F(Y)}{a}, \quad \alpha = \frac{d_s}{a} \quad (2.2)$$

と定義すれば、平板中心の電流磁界  $\mathbf{H}_{j0}$  の成分  $H_{j0x}$  および  $H_{j0y}$  は、次のようになる。

$$H_{j0x} = \frac{J_c d_s}{\pi} \int_{-1}^1 dy \int_{x_F(y)}^1 dx \frac{\alpha y}{x^2 + \alpha^2 y^2} \quad (2.3a)$$

$$H_{j0y} = \frac{J_c d_s}{\pi} \int_{-1}^1 dy \int_{x_F(y)}^1 dx \frac{-x}{x^2 + \alpha^2 y^2} \quad (2.3b)$$

$x$  に関する積分を実行し、(1.2) 式の特性磁界  $H_{p\theta}$  で規格化すると、次式を得る。

$$h_{j0x} \equiv \frac{H_{j0x}}{H_{p\theta}} = -\frac{\sin \theta}{\pi} \int_{-1}^1 dy \arctan \left( \frac{x_F(y)}{\alpha y} \right) \quad (2.4a)$$

$$h_{j0y} \equiv \frac{H_{j0y}}{H_{p\theta}} = -\frac{\sin \theta}{2\pi} \int_{-1}^1 dy \log \left( \frac{1 + \alpha^2 y^2}{x_F(y)^2 + \alpha^2 y^2} \right) \quad (2.4b)$$

規格化量  $H_{j0}/H_{p\theta}$  の大きさと方向は、次式によって指定できる。

$$h_{j0} \equiv H_{j0x}/H_{p\theta} = \sqrt{h_{j0x}^2 + h_{j0y}^2} \quad (2.5a)$$

$$\pi + \phi \equiv \tan^{-1}(h_{j0x}/h_{j0y}); \quad 0 \leq \phi \leq \pi/2 \quad (2.5b)$$

外部磁界の規格化量を

$$h_e \equiv H_e/H_{p\theta} \quad (2.6)$$

で与えると、平板中心における遮蔽が完全ならば、 $h_{j0}$  と  $h_e$  は等しく、 $\phi$  と  $\theta$  も等しくならねばならない。

## 3. 電流前線パターン

Brandt モデルで (1.1) 式を満たす斜め磁界中の平板内電流前線パターンの右側の電流領域境界を与える前線は、5 個の区分曲線を連ねてできている<sup>1)</sup>。この連続区分曲線上の座標は、Brandt モデルの式により、 $x$  に対する  $y$  座標  $y_F(x)$  として与えられている。そこで、右側前線曲線上の座標点列を数値的に記録し、それらを  $y$  に対する  $x$  座標  $x_F(y)$  と読み替えて、(2.4) 式の被積分関数項中に代入し、数値積分を行う。

## 4. 結果

(1.1) 式の条件、すなわち  $h_e \equiv H_e/H_{p\theta} = 0.15 \sim 0.7$ ,  $\theta = \pi/4$  の場合について、平板中心における正味の磁界の  $\alpha$  (逆アスペクト比) 依存性を求めた結果を図 1 と図 2 に示す。両図の横軸は  $\alpha$  を対数でとっている。

図 1 の縦軸は、外部磁界  $h_e$  と電流による平板中心磁界  $h_{j0}$  の差  $h_e - h_{j0}$  を、 $h_e$  で除して % 表示したものである。この量は、遮蔽が完全であれば  $h_e$  と  $h_{j0}$  が打ち消すので、ゼロになるべきものであり、 $\alpha$  が小さい範囲では良く満たされている。しかし、 $\alpha$  が大きくなると打ち消し残りが大きく目立つようになる。曲線は  $h_e = 0.15 \sim 0.7$  の違いで 8 本あるが、ほとんど同じ所をたどるといふ特徴が見られる。曲線は  $\alpha = 0.1$  では

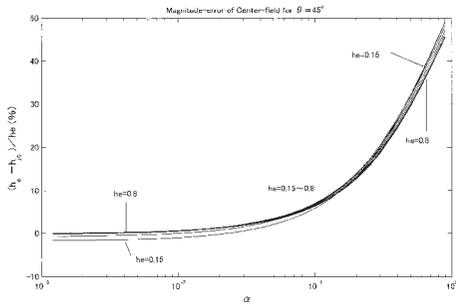


図1 平板中心における正味磁界の残率の逆アスペクト比依存性。縦軸は、外部磁界  $h_e$  と電流による平板中心磁界  $h_{j0}$  の差  $h_e - h_{j0}$  を、 $h_e$  で除して%表示したものである。横軸は  $\alpha$  (逆アスペクト比) を対数でとっている。

約6%の誤差を示し、 $\alpha=1$  付近では50%近くに達する。誤差が10%を超えるところを適用限界とみなすと、この図より  $\alpha < 0.17$  が Brandt モデルの有効な範囲だといえよう。

図2の縦軸は、角度の差  $\theta - \phi$  を、 $\theta = \pi/4$  で除して%表示したものである。これも  $\alpha$  が0.1より大きくなると、 $\theta$  と  $\phi$  のずれが大き目立つようになる。 $h_e = 0.8$  の高磁界では  $\theta$  より  $\phi$  が小さくなる方向にずれ、 $h_e = 0.15$  の低磁界では  $\theta$  より  $\phi$  が大きくなる方向にずれた。図2からは、誤差が10%を超えるところは、 $h_e = 0.8$  の曲線において  $\alpha = 0.22$  付近であるが、 $h_e$  がさらに大きくなれば、もっと小さな  $\alpha$  値になると予想される。

$h_e = 0.2$ ,  $h_e = 0.15$  の場合、小さな  $\alpha$  の範囲で、磁界

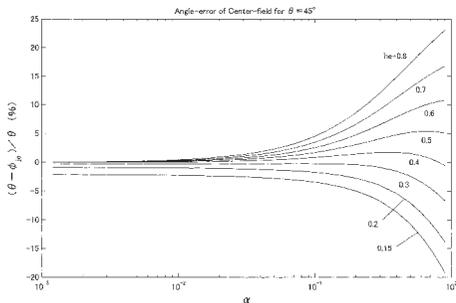


図2 平板中心における外部磁界方向と電流磁界方向のずれ率の逆アスペクト比依存性。角度の差  $\theta - \phi$  を、 $\theta = \pi/4$  で除して%表示したものの。ここに、外部磁界の方向角  $\theta$  とは電流磁界方向角  $\pi + \phi$  は、遮蔽が完全なら正確に逆向きになる。

の大きさも角度も誤差が顕著になる傾向が見える。図A.1に見られるように、 $h_e = 0.1$  程度の低い磁界に対する電流前線は、平板矩形に近い周辺部を走っており、周辺電流で中心部の磁界の遮蔽性を上げることは、このモデルでは困難性を伴うと考えられる。

### 5. まとめ

超伝導平板の逆アスペクト比  $\alpha$  を大きくして、斜め磁界における Brandt モデルの適用限界を調べたところ、 $\alpha \sim 0.17$  という結論を得た。今後、大きな  $\alpha$  に対する適切な電流前線のモデルの提示が求められる。

### 参考文献

- 1) Superconducting strip in an oblique magnetic field: G.P.Mikitik, E.H.Brandt, and M.Indenbom, PHYSICAL REVIEW B70, 014520 (2004)
- 2) The MathWorks, Inc.