

福岡工業大学 機関リポジトリ

FITREPO

Title	自己組織化マップ法による巡回セールスマン問題の解法
Author(s)	加藤友彦
Citation	福岡工業大学研究論集 第39巻第1号 P61-P67
Issue Date	2006-9
URI	http://hdl.handle.net/11478/841
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

Fukuoka Institute of Technology

自己組織化マップ法による 巡回セールスマン問題の解法

加 藤 友 彦 (電子情報工学科)
小 林 徹 (電子工学専攻)

Solution of the Traveling Salesman Problem by the Self-Organizing Maps

Tomohiko KATO (Department of Information Electronics)

Tohru KOBAYASHI (Graduate School of Electronics)

Abstract

The traveling salesman problem is one of the most difficult ones in optimization problems. In this study we examine the method of B. Angeniol et al. based on the self-organizing maps (SOM) by T. Kohonen, in comparison with the Monte-Carlo (MC) methods that we employed so far. It turns out in the 561- and 1000- city problems that the SOM method gives extremely better results than the MC method in shorter calculation time. In order to improve the SOM further, we propose two methods. One is MC_SOM method in which the MC method is used as a preliminary treatment of the SOM. The other is a kind of simulated annealing method. Both methods are examined for 3795- and 5925-city problem and it is found that they give certain improvements if some proper treatments are made.

Key Words : *traveling salesman problem, self-organizing maps, Monte-Carlo simulation, simulated annealing*

1. 序

巡回セールスマン問題は与えられた都市を一度だけ訪問し、最初の地点へ戻ってきたときの経路が最短経路になるような経路を見出す問題である。都市数 n としたとき全都市を一巡する経路の総数は $(n-1)!/2$ である。経路数は5都市の場合 $4!/2 = 12$ 、10都市の場合 $9!/2 = 18112$ 通りとたいしたことはないが、48都市になると約 6.2×10^{60} 通り、100都市では $99!/2 = 4.7$

$\times 10^{156}$ と飛躍的に増大する。

このように都市数がある程度以上になると単純な数え上げの方法では処理できない問題であり、数学的にはNP完全問題の一つとして知られている。一般の問題に対して厳密解を与えることは困難であるので、実際の計算時間の中で高精度の準最適解を求める手法が必要となる。

我々はT. Kohonenが提唱した自己組織化法^{1,2)}に基づいたアンジェニオールらの方法³⁾を採用し、これと従来やってきたモンテカルロ法^{4,5)}(MC法)の方法を組み合わせる方式(MC_SOM法)と、SOM法の部分に一種の“徐冷法”を適用する方式を検討した。

従来やってきた MC 法について簡単に説明する。この方法では全経路の距離を

$$E = \sum_i d \{x(i), x(i+1)\}$$

と表す。ここで $x(i)$ は i 番目に訪問する都市、 d は $x(i)$, $x(i+1)$ 間の距離を表している。都市の入れ替えの遷移確率 P を統計力学に倣って

$$P = 1 / \{\exp(\Delta E / T) + 1\}$$

と与える。ここで、 ΔE は都市の入れ替え前と入れ替え後の距離の差を表し、 T はローカルミニマム (局所的に極小になること) に陥らせないための仮想温度である。

MC 法としてメトロポリス法とマルチカノニカル法を用いた。従来 MC 法で得られた結果を要約する。

メトロポリス法では、48都市の問題で、計算時間約540秒で最適解を得た。このように比較的少数の都市の問題では、現実的な時間内で最適解を与えることができる。しかし、130都市の問題では、約42時間かけてようやく最適解の5.7%の近似解を得るにとどまった。マルチカノニカル法は局所的極小状態が多数存在する系 (アミノ酸の構造、スピングラスなど) に適した方法であるが、詳細は文献⁹⁾を参照していただくことにして省略する。マルチカノニカル法では、130都市の場合に入れ替えを近接都市に限定する方式を組み合わせたとき、約45分で最短距離6110.72を得た。これは従来公開されている最適解を越える新記録であった。このように、マルチカノニカル法は、メトロポリス法に比べてより精密な結果を与える方法であることが分かった。しかし、さらに大きい500都市程度の問題については飛躍的に計算時間が増大することが予想される。

ここでこの論文で主に用いる自己組織化法 (Self-Organizing Maps: SOM) の基本的な手法について概略の説明をする。この方法は、多次元情報で記述される多数のデータを自律的に (教師なし) 比較し、2次元マップ上に分類する方法である。この方法はコホーネン¹¹⁾によって提唱されたニューラルネットワークアルゴリズムの一つの方式である。

SOM は入力データ (ベクトル) $x_j \in R^n$ ($j = 1, 2, \dots, N$) の2次元配列上のノードへのマップ化を定義する。2次元平面上に配列する各ノード i にそれぞれ参照ベクトル $m_i \in R^n$ が結びつけられている。 m_i は入力ベクトル x_j との対応で学習時間に応じて変化する。この

マップ化は一種の非線形射影である。ある時点において、一つのベクトル x_j がある測度によってすべての m_i と比較される。この際 x_j との距離を最小にするノードが最適ノード c とされる。すなわち、

$$|x_j - m_c| = \min |x_j - m_i|$$

学習中 (非線形射影が形成される過程中)、2次元配列内で c に近いノードは同じ入力 x_j に適合するように変化する。このことは隣接したノード間に平滑効果を生む。そして、連続して学習することで大局的な順序づけへと導く。この学習のプロセスは簡単に次式で表現される。

$$m_i(t+1) = m_i(t) + h_{ci}(t)[x_j(t) - m_i(t)]$$

この式はノード (神経細胞) i の時間 t (離散時間座標: $t=1, 2, 3, \dots$) における状態 $m_i(t)$ が、外部からの入力信号 x_j によって、次の時刻 $t+1$ に $m_i(t+1)$ に変わることを表している。入力信号 x_j が n 次元のベクトルであれば、 $m_i(t)$ も同じ n 次元ベクトルである。ここで $h_{ci}(t)$ は学習過程において中心的役割をする関数で近傍関数と呼ばれる。この関数は最適ノードにおいて1未満の値を持ち、 c と i の距離に対して単調に減少する関数である。通常は最適ノードの近傍 N_c を設定し、その領域内のノードのみをある割合で変化させる。

$$h_{ci} = a(t) \quad (i \in N_c \text{ のとき})$$

$$h_{ci} = 0 \quad (\text{近傍 } N_c \text{ の外側のとき})$$

N_c のサイズは最初大きくとっておき、学習の過程で徐々にそのサイズを小さくしていく。そして、最後には最適ノードのみ学習させるようにする。また、学習率係数と呼ばれる $a(t)$ は $0 < a(t) < 1$ の範囲で時間とともに減少させる。このような学習を繰り返して $\{m_i(t)\}$ が変化しなくなるまで続ける。最終的な $\{m_i\}$ が得られたマップである。

巡回セールスマン問題は、単なる分類ではなく、順序づけが必要な問題である。これを行うためには上記の基本的方法に加えて工夫が必要であるが、我々はアンジェニオール等³⁾が提案した方法を用いた。そのアルゴリズムについては次章で説明する。

2. SOM 法による結果

2.1 SOM 法による巡回セールスマン問題のアルゴリズム

はじめに我々が用いたアンジェニオール等³⁾のアルゴリズムを図1のフローチャートに従って説明する。

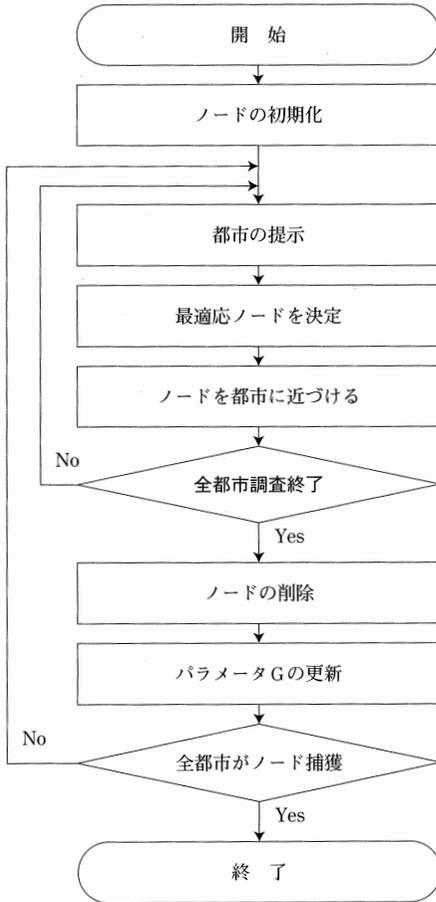


図1 SOM 法によるアルゴリズムのフローチャート

(1) ノードの初期設定

適当な数のノードを都市と同じ平面上の適当な位置(任意)に配置する。アンジェニオール等は初期設定としてただ一つのノードを原点に置くとした。

(2) 適応度調査

あらかじめ定めた順番に従って都市を提示する。その都市 i に最も近い最適ノードを見つける。すなわ

ち、ある都市を提示したとき、全てのノードに対してユークリッド距離を求めて、一番近い距離にあるノードを最適ノードとする。都市 i と各ノード j とのユークリッド距離は次式で求める。

$$V_i = (x_i^i - c_1^i)^2 + (x_2^i - c_2^i)^2$$

ここで x_1^i, x_2^i は都市 i の x, y 座標, c_1^i, c_2^i は最適ノードの x, y 座標を表す。ユークリッド距離の大小は変わらないので $\sqrt{\quad}$ はとらなくても良い。

そして、最も小さい値を持つノードが最適ノード j_c と定義される。

$$V_{j_c} = \min V_j$$

(3) 更新処理

“適応度調査”で得られた最適ノード j_c とその近傍のノードを提示された都市 i に近づけるように更新する。更新しようとするノード j が最適ノード j_c からリングに沿ってどれくらいの位置にあるかを求めるために、次式によってリング上での距離尺度 n を得る。

$$n = \min \{ (j - j_c) \bmod N, (j_c - j) \bmod N \}$$

ここで N はノードの数である。この式により、更新するノード j がリングに沿って最適ノード j_c から見て右回り及び左回りに何番目のノードであるかが決まるが、そのうち値の小さなものを選ぶ。すべてのノード j は次式にしたがって位置が更新され、提示された都市に近づいていく。

$$c_k^i \leftarrow c_k^i + f(G, n)(x_k^i - c_k^i)$$

ここで更新率 $f(G, n)$ は次式で表される。

$$f(G, n) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{n^2}{G^2}\right)$$

この更新率で一番大きい値を持つのは最適ノードである。すなわち更新率が最も大きい最適ノードが提示された都市に一番近づき、その近傍ノードはリング状に沿って最適ノードから遠ざかるにつれ更新率が小さくなるため、移動距離も相対的に短くなる。

ここで G は、更新する近傍範囲を調整するパラメータで、数値が大きいと多くのノードが更新され、逆に小さくなると更新する近傍範囲が狭くなり少なくなる。すなわち

$$G \rightarrow \infty \quad ; \text{全てのノード } j \text{ が都市 } i \text{ に向かう}$$

$$G \rightarrow 0 \quad ; \text{最適ノード } j_c \text{ のみ都市 } i \text{ に近づく}$$

(4) G の更新

G の初期値を適当に決め、全都市調査が終わるまで、毎回次式で更新する。

$$G \leftarrow \alpha G$$

更新係数 α は $0 < \alpha < 1$ の範囲で選ばれ、通常は 1 より近い値を与える。

(5) ノードの生成

このアルゴリズムにおける初期ノード数は 1 であり、シミュレーション終了時は都市の数だけのノードがなければならない。そこで、もし全都市調査の中でノードが複数の都市に最適ノードとして選ばれた場合、ノードを複製する必要がある。複製されたノードは最適ノードと同じ座標となり、最適ノードの次に配置される。

(6) ノードの削除

逆に“ノードの生成”で複製され続けられれば、当然ノード数が都市数より上回ってしまう。これを避けるために、ここでは 3 回の全都市調査の間に一度でも最適ノードとして選ばれなかった場合、そのノードは削除される。先の“ノード生成”と“ノード削除”はこのアルゴリズムでは重要である。

(7) プログラムの終了

すべての都市がそれぞれ異なる最適ノードを持ち、都市数とノード数が等しくなったときプログラムは終了する。

2.2 SOM 法と MC 法の結果の比較

前節 SOM 法のアルゴリズムによる結果を、モンテカルロ法 (MC 法) との比較において示す。MC 法としては、メトロポリス法とマルチカノニカル法があり、後者の方が最適解に近い結果を出すことが分かっているが、計算時間が前者に比べて長いので、ここではメトロポリス法を用いた。仮想温度 T は、問題毎に予備計算を行い、初期減衰の最も速い値を選定した。用いた計算機は Pentium4, 2.8GHz である。

この節および 3.1 節の SOM 法の計算では、2.1 節でノードの位置更新を特徴づけるパラメータ G は以下のように設定した。

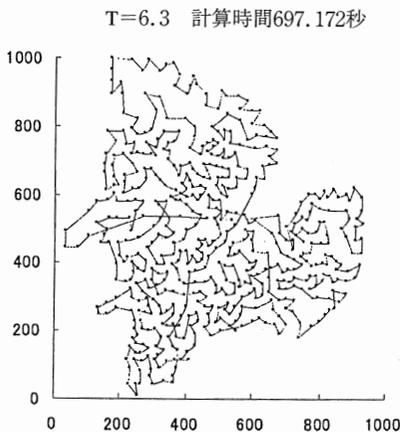
$$\text{初期値 } G = 10.0$$

$$\text{更新 } G \leftarrow G \times 0.99$$

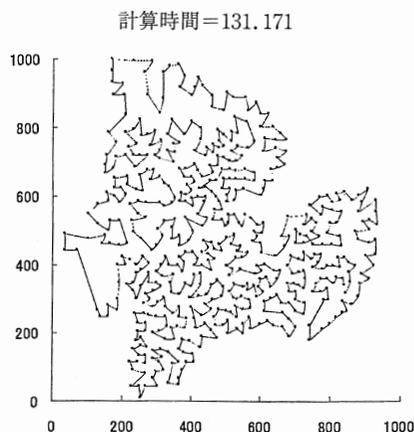
計算は 130 都市, 561 都市, 1000 都市, 3795 都市, 5915 都市の場合に行い、それぞれ比較を行ったが、ここでは 561 都市の結果を示す。

この結果から分かるように、SOM 法は MC 法と比較して約 1/5 の計算時間で、距離 16161 ← 16943 と顕著な改善を示している。MC 法は原理的にはモンテカルロステップ (MCS) 数を多くとればより良い結果になる可能性はあるが、実際にはこの計算でとった 10^9 MCS 以上にしてもほとんど改良されない。一方 SOM 法では、初期経路を決めると一意的に結果が得られる。言い換えれば、初期経路によって結果が異なるのであるが、このことについては次章で検討する。

<561都市の問題>



MC 法
MCS 10^9 距離=16943.69



SOM 法
85Step 距離=16161.35

図2 561都市の問題における MC 法と SOM 法の結果

1000都市の問題については、計算時間と距離の結果のみを記す。

MC法 : 距離 $\approx 3.65 \times 10^7$ 計算時間 745.0sec

SOM法 : 距離 $\approx 2.05 \times 10^7$ 計算時間 471.5sec

この場合では、得られた距離の結果が大幅に違うことが分かる。このことは都市数が多くなるに従って益々顕著になる。5915都市では得られた距離の比が1/120と全く問題にならない程の差となる。

以上の結果より、SOM法はMC法に比べてはるかに優れた方法であると結論される。

3. SOM法の改良

前章の結果から、SOM法が極めて優れた方法であることが分かったので、この方法を基本にしてMC法を組み合わせることなどの改良法を検討した。

3.1 MC法とSOM法の合同法 (MC_SOM法)

SOM法は初期経路によって結果が異なるので、初期経路をあらかじめMC法によるより最適解に近い経路に設定すれば、より最適解に近い結果が得られる可能性があると考えて、MC法とSOM法の合同法 (MC_SOM法) を検討した。

3795都市の問題についての結果を表1 (計算時間、距離) と図3 (経路) に示す。

ここでは省略するが、同様のことを5915都市の場合にも行った。いずれの場合でも、前処理のMC法のステップ数 (MCS) を適当にとれば、あまり変わ

表1 3795都市に対するMC_SOM法の結果 T=5.7

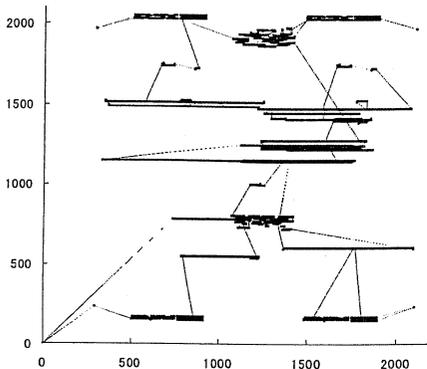
mcs	step	計算時間(秒)	距離
0(SOMのみ)	105	142.703	33740.629867
10^3	105	142.222	33623.533842
10^4	105	142.578	33622.570804
10^5	104	147.750	33658.878424
10^6	103	163.625	32699.769575
10^7	105	313.359	35822.570959
10^8	104	1743.344	33955.450119
10^9	105	15932.391	35817.802494

らない時間でより短い距離が得られることが分かる。また、MC法のMCSを大きくとっても必ずしも良い結果が得られるとは限らないことも分かった。

3.2 “徐冷”法

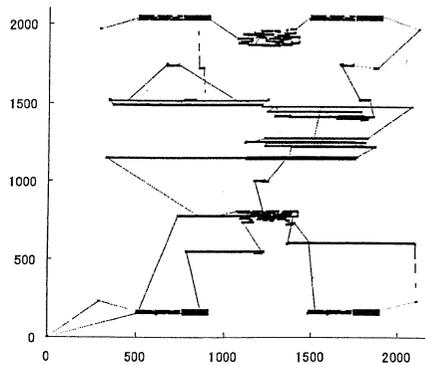
統計力学分野において、スピングラスのような低エネルギー状態が多数存在する系の基底状態を求める手段として、徐冷法 (simulated annealing method) と呼ばれる方法がある。これはシミュレーションの初めに温度を極めて高く設定し、どのような状態にも遷移できるようにして、徐々に温度を下げゆき、基底状態を探索するという方法である。この方法をヒントにして、ノードの位置更新を特徴づけるパラメータ G を最初は極めて大きく設定し、徐々に小さくしてゆく方法を考案した。 G が大きいということは、提示された都市にほとんどすべてのノードが近づくということで、初期に色々な経路を経験することを意味する。

計算時間=142.703 (秒)



SOM法
距離=33740.63
105step

計算時間=163.625 (秒)



MC_SOM法
距離=32699.77
103step MCS=10⁶

図3 3795都市のSOM法とMC_SOM法による経路

SOM 法には温度は関係ないが、手法の精神が同様であることから“徐冷”法と名付けた。(以下では、“ ”は外す)

- 我々が設定した方式は下記の通りである。
- 初期値 $G = G_0$ ($G_0 = 20, 30, 40, 50$ のいずれか)
- 更新 I $G \leftarrow G - 0.02$ (5回)
- 更新 II $G \leftarrow G - 2$ として、更新 I に戻る。
($G > 10$ の範囲まで)
- 更新 III $G \leftarrow G \times 0.99$

5915都市の問題の場合の結果を図4に示す。

この結果から、上記のように G の初期値 G_0 について4通りの場合を計算した結果、 $G_0 = 40$ の場合に最適の結果 6.56×10^8 を得た。計算時間は40%程度増えた程度である。(413sec → 592sec)

次に、徐冷法に前処理としてモンテカルロ法を付け加えて計算したが、ステップ数を多くとっても必ずしも結果は改良されなかった。この場合、極めて少ないステップ (100MCS) の場合に、 $G_0 = 30$ で最も良い結果 6.42×10^8 が得られた。初期経路をランダムにいろいろ設定した場合にその中で良い結果が得られる可能性があり、徐冷法においては、MC法を組み合わせることが有効であるかどうかは、現時点では明らかでない。

4. まとめと今後の課題

この研究で得られた結果を以下にまとめる。

1. SOM法とMC法の結果の比較
どの問題でも SOM法はMC法より短い計算時間で、より短い距離を与えることができ、SOM法は準最適解を求めるには、より優れた方式といえる。
2. SOM法の改良の試み
<MC_SOM法>

いずれの場合も前処理のMC法のMCSを適当に取れば、あまり変わらない計算時間でより短い距離が得られることが分かる。また、MC法のMCSを大きくとっても、必ずしも良い結果が得られない。

<除冷法>
除冷法をSOM法に用いることにより、より最適解に近づく。しかし、MC_SOM法と組み合わせることの効果は明らかにできなかった。

今後の課題として以下のことが考えられる。

1. 初期経路依存性の検討
ランダムに設定した多数の初期経路について、SOM法、除冷法を適用し、結果がどのような分布を示すかを調べる必要がある。

<5915都市の問題>

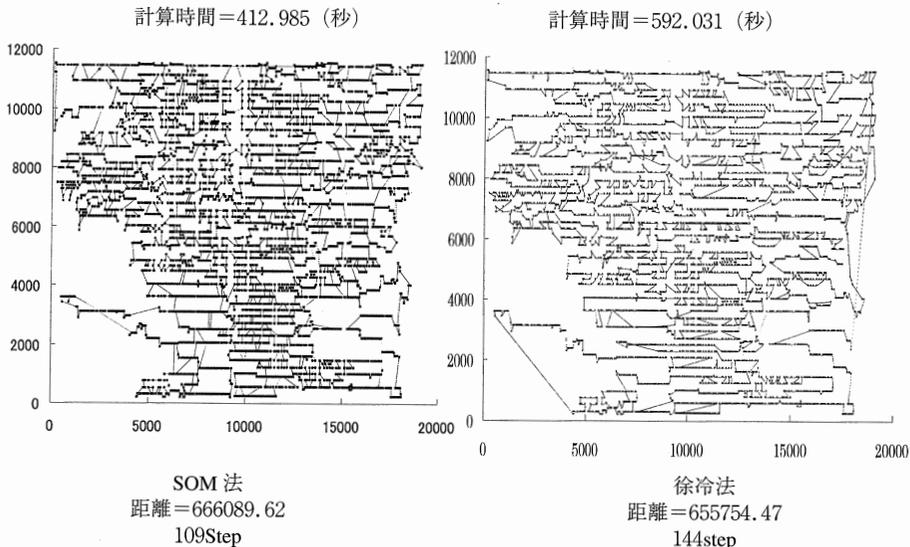


図4 5915都市のSOM法と徐冷法による経路

2. 都市数の増加

本研究の方法を10000都市以上の問題に適用したが、パソコンの容量の制約のため実行できなかった。より容量の大きいパソコンを用いて本研究の方法の限界を調べる必要がある。

3. SOM 法の改良

この研究で試みた改良の他に、初期ノードの数および配列を変えることなど SOM 法の範囲での改良を試みる必要がある。

参 考 文 献

- [1] T. Kohonen; 徳高平蔵・岸田悟・藤村喜久朗 訳; 自己組織化マップ, シュプリンガー・フェアラーク東京株式会社, 1996.
- [2] 徳高平蔵・岸田悟・藤村喜久朗; 自己組織化マップの応用, 海文堂出版, 1999.
- [3] 天野恵美子; 平成16年度電子工学専攻修士論文「巡回セールスマン問題に対するマルチカノニカル法の適用」
- [4] 天野恵美子, 加藤友彦: 巡回セールスマン問題に対するマルチカノニカル法の適用, 福岡工業大学研究論集 37巻第1号11頁, 2004.
- [5] BERNARD ANGENIOL, GAELDE LA CROIX VAUBOIS AND JEAN-YVES LE TEXIER, Self-Organizing Feature Maps and the Traveling Salesman Problem, *Neural Network*, 1 (1988) 289.
- [1] T. Kohonen; 徳高平蔵・岸田悟・藤村喜久朗 訳; 自己組織化マップ, シュプリンガー・フェア

